

PŘÍPRAVNÝ KURZ NA MATURITU Z MATEMATIKY

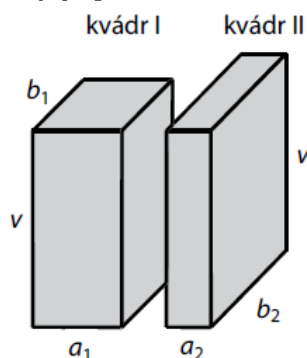
Fakulta strojní ČVUT v Praze 2025

Lekce 8

Geometrie v prostoru

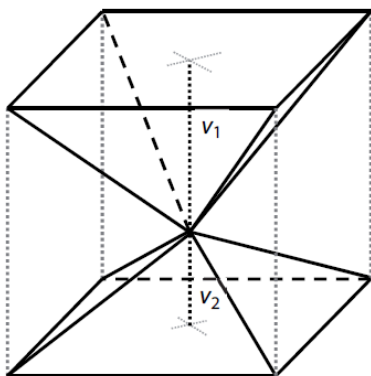
Příklad 1

Délky podstavných hran dvou kvádrů (I a II) jsou v poměru $a_1 : a_2 = 2 : 1$, $b_1 : b_2 = 3 : 4$. Výšky obou kvádrů jsou shodné, kvádr I má objem V_1 , kvádr II má objem V_2 . Jaký je poměr $V_1 : V_2$?



Příklad 2

V krychli jsou dva čtyřboké jehlany umístěny tak, že mají společný hlavní vrchol a podstavy obou jehlanů tvoří rovnoběžné stěny krychle. Výšky obou jehlanů jsou v poměru $v_1 : v_2 = 3 : 2$. Jakou část objemu krychle tvoří objem většího z obou jehlanů?



Příklad 3

Dřevěný rotační kužel s podstavou o poloměru 12 cm a výškou 16 cm jsme osovým řezem rozdělili na dva shodné půlkužely. Jaký je povrch jednoho půlkužele? Výsledek zaokrouhlete na celé cm^2 .

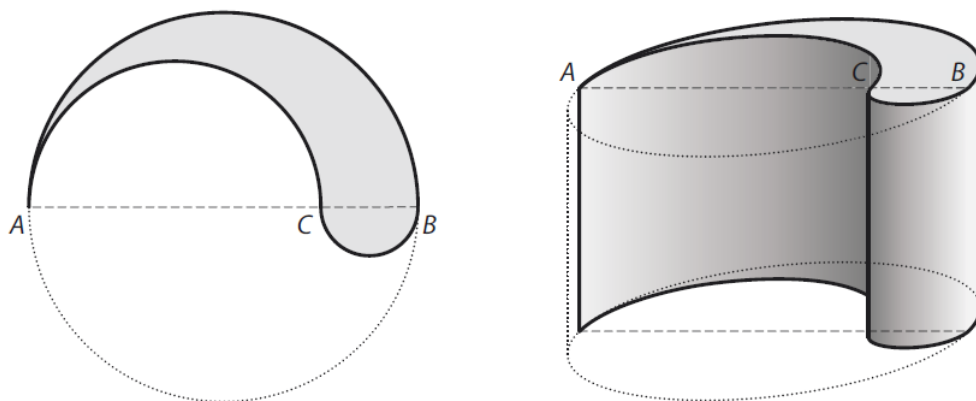


Příklad 4*

Krychli je jedna koule vepsána a druhá opsána. Kolikrát je povrch opsané koule větší než povrch koule vepsané?

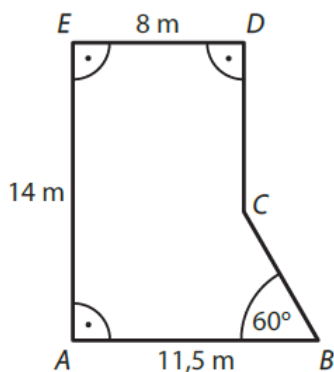
Příklad 5*

Z rotačního válce s výškou 10 cm a průměrem podstavy 16 cm bylo vysoustruženo nové kolmé těleso stejné výšky. Podstava nového tělesa je ohraničena třemi půlkružnicemi s krajními body A, B, C , kde bod C dělí průměr AB podstavy původního válce na dvě úsečky, z nichž CB má délku 4 cm. Nové těleso je (obdobně jako rotační válec) ohraničeno dvěma podstavami a pláštěm. O kolik cm^2 se liší obsah pláště nového tělesa a původního válce?

**Příklad 6**

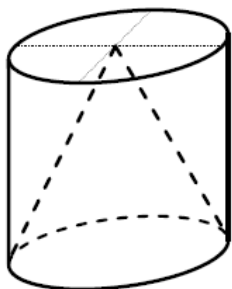
Stavba má tvar pětibokého kolmého hranolu s výškou 5 m. Na obrázku je zakreslena podstava $ABCDE$ tohoto hranolu. Vypočítejte v m^2 obsah boční stěny nad hranou BC a v m^3 objem hranolu.

Výsledky zaokrouhlete na celá čísla, dílčí výpočty nezaokrouhľujte.

**Příklad 7***

Do rovnostranného válce je vepsán rotační kužel tak, že osy obou těles splývají. Povrch válce je k -krát větší než povrch kužele. Jaká je hodnota násobku k ?

(Rovnostranný válec je rotační válec, jehož osovým řezem je čtverec.)



Příklad 8*

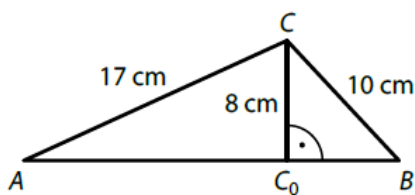
Je dán pravidelný čtyřstěn, jehož každá stěna má obsah $9\sqrt{3}\text{cm}^2$.
Rozhodněte o pravdivosti následujících tvrzení:

- Délka hrany čtyřstěnu je 6 cm.
- Výška čtyřstěnu je větší než 5 cm.
- Objem čtyřstěnu je $18\sqrt{2}\text{cm}^3$.

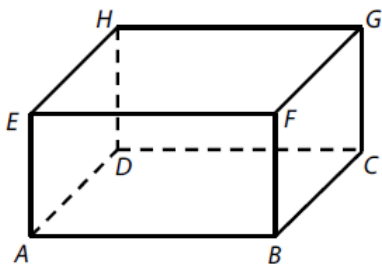
Příklad 9*

Rotační těleso vzniklo rotací trojúhelníku ABC kolem přímky AB . V trojúhelníku ABC je vnitřní úhel při vrcholu C tupý, úsečka CC_0 je výška na stranu AB a platí:

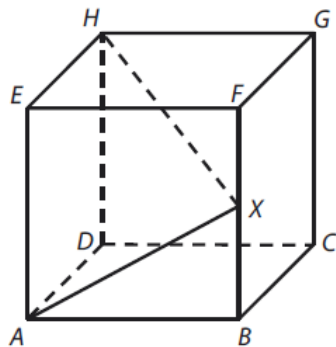
$|AC| = 17\text{ cm}$, $|BC| = 10\text{ cm}$, $|CC_0| = 8\text{ cm}$. Vypočtěte povrch (v cm^2) a objem (v cm^3) rotačního tělesa.

**Příklad 10***

V kvádru $ABCDEFGH$ platí: $|AB| = |AD| = 4\text{ cm}$, $|AE| = 2\text{ cm}$. Jaká je vzdálenost bodu A od přímky FH ?

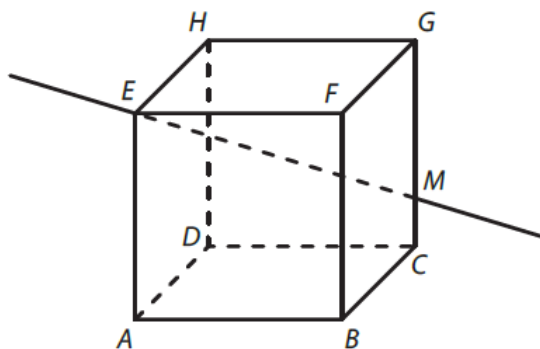
**Příklad 11***

V krychli $ABCDEFGH$ je bod X střed hrany BF . Platí $AX = \sqrt{20}\text{ cm}$. Vypočtěte (v cm) délku hrany krychle a vzdálenost bodů X, H .



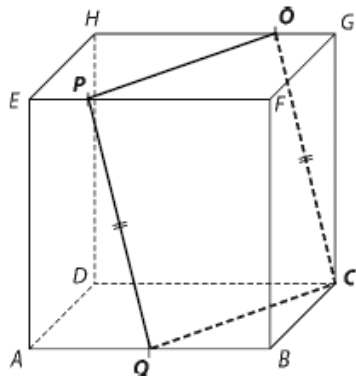
Příklad 12*

Bod M leží uvnitř hrany CG krychle $ABCDEFGH$. Která z přímek HB , HC , AC , BC má s přímkou EM společný bod?

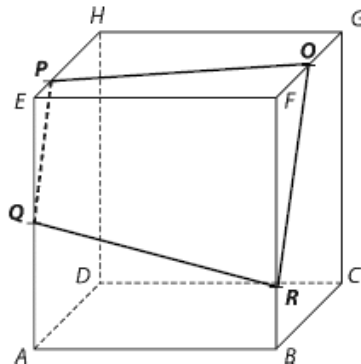
**Příklad 13***

Který z následujících obrázků nepředstavuje řez krychle $ABCDEFGH$ rovinou OPQ ? Body ležící na hranách jsou vždy v polovině nebo čtvrtině hrany.

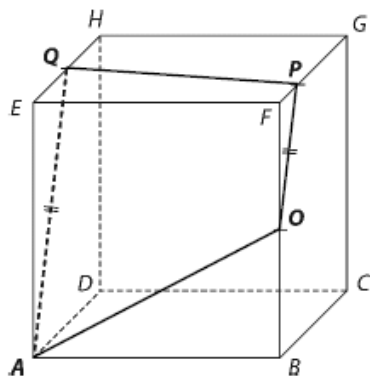
A)



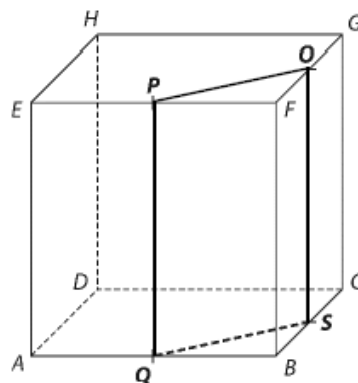
B)



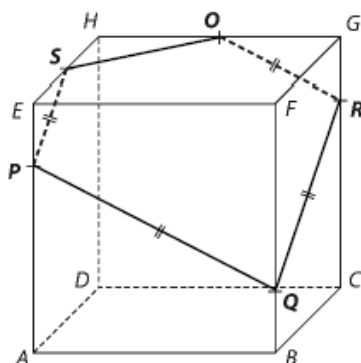
C)



D)

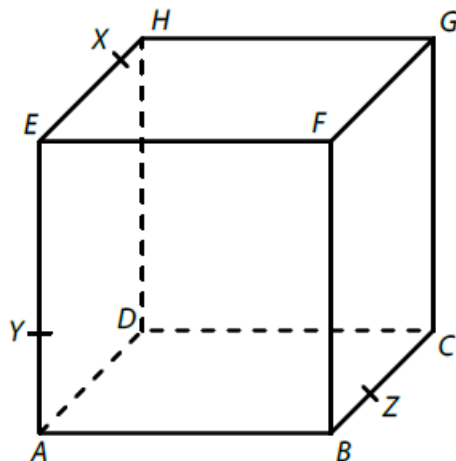


E)

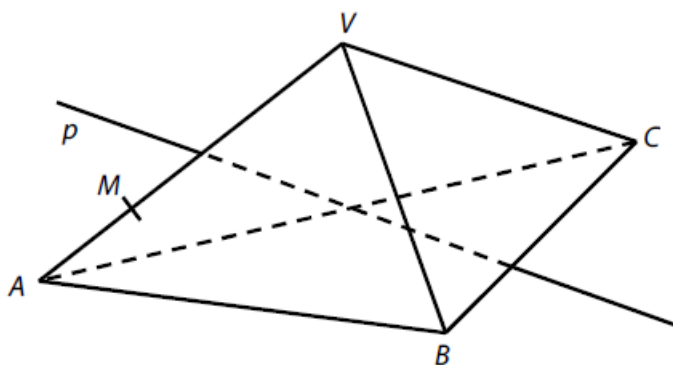


Příklad 14*

V krychli $ABCDEFGH$ leží bod X na hraně EH , bod Y leží na hraně AE a bod Z leží na hraně BC . Sestrojte řez krychle $ABCDEFGH$ rovinou XYZ .

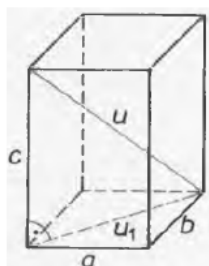
**Příklad 15***

V trojbokém jehlanu $ABCV$ je na hraně AV umístěn bod M . Přímka p leží v rovině ABC . Sestrojte řez jehlanu $ABCV$ rovinou pM .



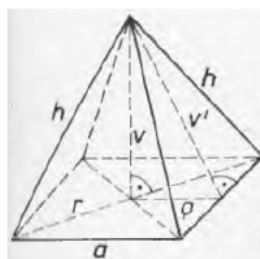
Přehled základních vzorců

(Zdroj: Matematicko fyzikální a chemické tabulky pro SŠ)



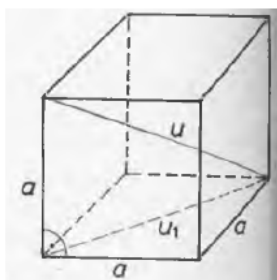
Kvadr

$$\begin{aligned}V &= abc \\S &= 2(ab + ac + bc) \\u &= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}\end{aligned}$$



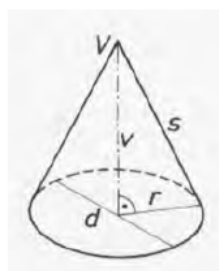
Jehlan

$$\begin{aligned}V &= \frac{1}{3} S_p \cdot v \\S &= S_p + S_{pl}\end{aligned}$$



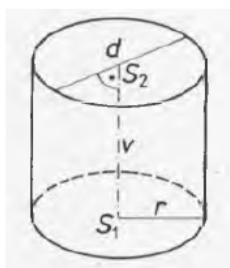
Krychle

$$\begin{aligned}V &= a^3 \\S &= 6a^2 \\u &= a\sqrt{3}\end{aligned}$$



Rotační kužel

$$\begin{aligned}V &= \frac{1}{3} \pi r^2 v = \frac{1}{12} \pi d^2 v \\S &= \pi r^2 + \pi r s = \pi r(r + s)\end{aligned}$$



Válec

$$\begin{aligned}V &= \pi r^2 v = \frac{\pi d^2}{4} v \\S &= 2\pi r(r + v)\end{aligned}$$

Koule a plocha kulová

$$\begin{aligned}V &= \frac{4}{3} \pi r^3 \\S &= 4\pi r^2\end{aligned}$$

Videa z lekcí najdete na

<https://fs.cvut.cz/pripravny-kurz-z-matematiky/>

Dotazy, názory, připomínky, přání pište na

ludek.benes@fs.cvut.cz