

Mechanika hmotného bodu

1. Určete trajektorii, velikost rychlosti v a velikost zrychlení hmotného bodu, jehož kartézské souřadnice jsou jako funkce času t vyjádřeny rovnicemi:

$$x = A \cos \omega t, \quad y = A \sin \omega t, \quad z = Bt, \quad \text{obecně a pro hodnoty: } A = 2 \text{ m}, B = 3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}, \omega_1 = \omega_2 = 3\text{s}^{-1}.$$

(šroubovice, $6,7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$; $18 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$)

2. Určete rychlost a zrychlení pohybu, jehož trajektorie závisí na čase podle vztahu (b, c jsou kladné konstanty v základních jednotkách SI):

a) $s = s_0 + ct + \frac{1}{2}gt^2$

b) $s = ce^{-bt}$

(a) $v = c + gt, a = g$; b) $v = -bce^{-bt}, a = b^2ce^{-bt}$)

3. Raketa se pohybuje po určitou krátkou dobu přímočaře, její trajektorie s závisí na čase t podle vztahu : $s = \frac{2}{9} \sin \frac{\pi t}{2} + s_0$. Určete zrychlení a tohoto pohybu v čase $t = 1$ s.

$$\left(a = -\frac{\pi^2}{18} = -0,55 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \right)$$

4. Těleso padá volným pádem. V bodě A své trajektorie má rychlost $4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, v bodě B má rychlost $16 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Určete:

a) vzdálenost bodů A, B

b) dobu, za kterou těleso vzdálenost mezi body A, B urazí.

($12,1 \text{ m}$; $1,22 \text{ s}$)

5. Akrobatický lyžař má před odrazem nájezdovou rychlost $57,6 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$. Předpokládejte, že se na můstku odrazí svisle vzhůru.

a) Určete jeho rychlost za 2 s a výšku, ve které se bude v té době nacházet.

b) Určete maximální výšku skoku.

($-4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$; 12 m ; $12,8 \text{ m}$)

6. Z rozhledny o výšce 30 m byl vržen kámen ve vodorovném směru rychlostí $10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Určete velikost rychlosti při dopadu na zem a vodorovnou vzdálenost místa dopadu od paty rozhledny. Odpor prostředí zanedbejte.

($26,4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$; $24,5 \text{ m}$)

7. Kulička byla vržena pod úhlem 50° rychlostí $15 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Určete délku vrhu a запиšte vztahy pro složky rychlosti ve směru osy x a y

($22,2 \text{ m}$)

8. Sedačka kolotoče je upevněna ve vzdálenosti 240 cm od středu otáčení a vykonává 18 otáček za minutu. Určité jí obvodovou rychlost a dostředivé zrychlení.

($4,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$; $8,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$)

9. Jak velkou silou působí člověk s hmotností 75 kg na podlahu kabiny výtahu, když

a) výtah je v klidu

b) výtah se pohybuje svisle vzhůru se zrychlením $a = 2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$

- c) výtah se pohybuje svisle dolů se zrychlením $a = 2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ (750 N, 900 N, 600 N)
10. Při akrobatickém letu popisuje letadlo rychlostí $360 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ kružnici o poloměru 400 m ve svislé poloze. Jak velkou tlakovou silou působí letec s hmotností 80 kg na sedadlo v nejvyšším a nejnižším bodě trajektorie? (1200 N, 2800 N)
11. Parašutista o hmotnosti 80 kg padá nejprve se zavřeným padákem rychlostí $50 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Po otevření padáku se jeho rychlost během 2 s sníží na $5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Vypočítejte velikost brzdící síly padáku. (1800 N)
12. Baseballový míček o hmotnosti 300 g byl nadhozen rychlostí $50 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Po úderu pálkaře se pohyboval rychlostí $100 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ v opačném směru. Určete průměrnou sílu \bar{F} , kterou působí pálkař na míček, jestliže doba trvání úderu je 0,02 s. ($\bar{F} = 2250 \text{ N}$)
13. Za jakou dobu přesune jeřáb s příkonem 10 kW břemeno o hmotnosti 15 tun do výšky 8 m, je-li účinnost celého zařízení 70 %? (168 s)
14. Určete práci, kterou je třeba vynaložit na stlačení nárazníkové pružiny vagonu o délku $x_0 = 50 \text{ mm}$, jestliže pro sílu při stlačení o délku x platí vztah: $F = kx$ (k je tuhost pružiny). O této pružině je známo, že těleso o hmotnosti $m = 3 \text{ kg}$ upevněné na konci pružiny kmitá s frekvencí $f = 159,15 \text{ Hz}$. (3,75 kJ)
15. Na jednozvratnou páku délky 120 cm působí na konci síla o velikosti 300 N. Síla svírá s podélnou osou páky úhel 40° . Jak velký je moment síly? (231,4 N.m)
16. Malý vozík o hmotnosti m sjíždí bez smýkání po dráze zakončené válcovou plochou o poloměru r . Z jaké minimální výšky musí vozík sjíždět, aby projel celou kruhovou smyčku této válcové plochy? Moment setrvačnosti, valivý odpor koleček a odpor vzduchu zanedbejte. ($5/2 r$)

Gravitační pole

17. Jak velkou gravitační silou se přitahují dvě železné koule o průměru 1 m, které se navzájem dotýkají? Hustota železa je $7860 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. (0,00113 N)
18. Jak se změní intenzita gravitačního pole Země ve vzdálenosti 1000 km od jejího povrchu? Poloměr Země na rovníku je 6378 km. (0,75 K_z)
19. Může těleso o hmotnosti 10^{-5} g ležící na rovníku „uletět“ vlivem odstředivé síly? Poloměr Země na rovníku je 6378 km. Určete velikost všech sil působících na těleso. (ne ; $F_g = 10^{-7} \text{ N}$; $F_o = 3,4\cdot 10^{-10} \text{ N}$)
20. Vypočítejte, do jaké výšky nad povrch Země je třeba umístit umělou družici a jakou rychlost jí je třeba udělit, aby byla geostacionární, tj. její poloha vzhledem k Zemi byla neproměnná. (36 000 km)
21. Na spojnici středů Země a Měsíce najdete místo, ve kterém je výsledné gravitační zrychlení rovno nule. Pro hmotnost Měsíce platí $M_M = M_Z/81$. Vzdálenost středů Země a Měsíce je $60R_Z$. (54 R_Z)
22. Určete hmotnost Měsíce, jestliže gravitační zrychlení na povrchu Měsíce je $1,67 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ a poloměr Měsíce je $1,72\cdot 10^6 \text{ m}$. ($7,4\cdot 10^{22} \text{ kg}$)

23. Hubbleův vesmírný dalekohled se pohybuje po oběžné dráze ve výšce 576 km nad povrchem Země.

a) Jakou rychlostí se pohybuje?

b) Jaká je jeho oběžná doba?

(7586 m.s⁻¹; 96 min)

Tuhé těleso

24. Odvoďte vztah pro moment setrvačnosti tenké, homogenní tyče délky l a hmotnosti m vzhledem k ose, která je k tyči kolmá a prochází jejím středem. (1/12 ml^2)

25. Odvoďte vztah pro moment setrvačnosti tenké homogenní tyče délky l a hmotnosti m vzhledem k ose, která je k tyči kolmá a prochází jejím koncovým bodem. (1/3 ml^2)

26. Určete kinetickou energii obruče valící se po vodorovné dráze bez tření. Průměr obruče je 1 m, její hmotnost 1 kg, rychlost středu obruče je 18 km.h⁻¹. (25 J)

27. Homogenní válec o hmotnosti m a poloměru r se valí po vodorovné rovině (rychlost těžiště má velikost v) a najíždí na nakloněnou rovinu. Určete, do jaké výšky h válec vyjede (ztráty energie způsobené třením a odpory zanedbejte). ($h = 3v^2/4g$)

28. Tenká homogenní tyč délky l a hmotnosti m rotuje s úhlovou rychlostí ω kolem osy, která je k tyči kolmá. Určete kinetickou energii tyče v případě, že a) osa rotace prochází středem tyče, b) osa rotace prochází koncovým bodem tyče. ($E=1/2J\omega^2$)

29. Setrvačnick o momentu setrvačnosti 10 kg.m² se otáčí kolem pevné osy úhlovou rychlostí 120 s⁻¹. Určete a) čas, po který musí působit brzdící moment silové dvojice o velikosti 4 N.m, aby se setrvačnick úplně zastavil, b) počáteční kinetickou energii setrvačnicku. (300 s; 72 kJ)

30. Disk s momentem setrvačnosti J se roztáčí tak, že jeho úhlová rychlost roste s časem

a) lineárně podle vztahu $\omega = \varepsilon t$, b) kvadraticky podle vztahu $\omega = kt^2$.

Určete závislost výkonu P na čase t .

(a) $P = J\varepsilon^2 t$; b) $P = 2Jk^2 t^3$)

Mechanika kontinua

31. Ocelový drát má délku 8 m, obsah příčného řezu 4 mm², modul pružnosti v tahu je 0,2 TPa. Vypočítejte velikost síly, která způsobí prodloužení drátu o 8 mm. (800 N)

32. Zatížením drátu délky 2 m a plochy průřezu $1 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$ závažím hmotnosti 102 kg dojde k prodloužení drátu o $2,2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$. Vypočítejte normálové napětí, relativní prodloužení a Youngův modul materiálu. (10^8 Pa ; 0,1 %; $9 \cdot 10^{10} \text{ Pa}$)

33. Ocelový drát o průměru 0,002 m a délce 1,6 m je na jednom konci pevně uchycen. Jak velké síly je třeba na prodloužení drátu o 0,003 m ? (1236 N)

34. Jak velkou silou je třeba zatížit ocelovou tyč ve směru její podélné osy, aby se prodloužila o stejnou hodnotu jako při ohřátí o 1°C ? Plocha průřezu tyče je 100 mm^2 , modul pružnosti v tahu je $2,0 \cdot 10^{11}\text{ N}\cdot\text{m}^{-2}$, součinitel délkové teplotní roztažnosti je roven $1,2 \cdot 10^{-5}\text{ K}^{-1}$. (240 N)

Mechanika tekutin

35. Dutá plechovka s kruhovým otvorem poloměru $0,1\text{ mm}$ na dně je zatlačována do vodní nádrže. V jaké hloubce začne téci voda otvorem do nádoby, je-li povrchové napětí vody $7,3 \cdot 10^{-2}\text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$? Hustota vody je $1000\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. (15 cm)
36. Do jaké výšky vystoupí horkovzdušný balon o objemu 600 m^3 a hmotnosti 600 kg za 10 sekund, je-li hustota okolního vzduchu $1,3\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$? (147 m)
37. Norma udává, že v ponorce pro jednoho námořníka musí být průměrně 20 m^3 prostoru. Kolik námořníků může pracovat v ponorce, pokud při ponoření do mořské vody ($\rho = 1020\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$) působí na povrch ponorky vztlaková síla $15,3\text{ MN}$. (75)
38. Plocha příčného průřezu lodě ve výšce vodní hladiny (plocha dna lodě) je $4\,200\text{ m}^2$. Po naložení nákladu se ponor zvětšil o $1,7\text{ m}$. Jaká je hmotnost nákladu, jestliže hustota mořské vody je $1\,020\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$? (7283 tun)
39. Nádrž ve tvaru krychle o objemu 8 m^3 stojí na podlaze a je až po okraj naplněna vodou. Její čelní stěna byla prostřelena nábojem přesně ve středu stěny. Do jaké vodorovné vzdálenosti od hrany nádrže bude vytékající voda dopadat? (2 m)
40. Určete sílu, kterou působí voda na svislou stěnu akvária. Délka stěny je $0,5\text{ m}$, voda v akváriu sahá do výšky $0,4\text{ m}$, hustota vody je $1000\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. (400 N)
41. Obsahy průřezů válců hydraulického lisu jsou 20 cm^2 a 800 cm^2 . Na menší píst působí síla o velikosti 100 N . Určete:
- Tlak, který tato síla vyvolá v kapalině.
 - Velikost tlakové síly působící na větší píst.
 - Dráhu, o kterou se posune větší píst, jestliže se menší píst posune o 8 cm .
 - Práci, kterou při tomto posunutí vykoná tlaková síla.
- (50000 Pa; 4000 N; 0,2 cm; 8 J)
46. Zubař zvedá pacientku o hmotnosti 60 kg na křesle, které má hmotnost 30 kg . Malý píst zvedacího zařízení má plochu o obsahu 5 cm^2 a velký píst má plochu 200 cm^2 . Doktor tlačí na menší píst silou 20 N .
- Zvedne doktor pacientku touto silou?
 - Jestliže nezvedne, o kolik newtonů větší silou musí doktor působit?
- (ne, o 2,5 N)

47. V širší části trubice o průřezu 4 cm^2 proudí voda rychlostí $0,2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ při výšce sloupce v tlakoměrné trubici $h_1 = 20 \text{ cm}$. Do jaké výšky vystoupí voda v tlakoměrné trubici v užší části trubice o průřezu 2 cm^2 ?
($0,19 \text{ m}$)
48. Voda proudí vodorovným potrubím nestejného průměru. V širší části trubice je velikost rychlosti proudění $0,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ a tlak o velikosti $1,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, v užší části je tlak o velikosti $2,04 \cdot 10^4 \text{ Pa}$. Jak velká je rychlost proudění vody v této užší části potrubí, zanedbáváme-li vnitřní tření?
($16 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$)
49. Čerpadlo načerpá za 1 minutu 300 l vody. Přívodní potrubí má průměr 80 mm, výtokovým potrubím proudí voda rychlostí $8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Určete rychlost vody v přívodním potrubí a průměr výtokového potrubí.
($1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, $28,3 \text{ mm}$)

Kmitý a vlnění

50. Harmonické kmitání hmotného bodu je popsáno rovnicí $y = 0,2 \sin(0,5\pi t)$. Určete, ve kterých časech bude okamžitá výchylka rovna $0,1 \text{ m}$.
($1/3 \text{ s}$, $5/3 \text{ s}$)
51. Harmonické kmitání hmotného bodu je popsáno rovnicí $y = 0,2 \sin(0,5\pi t)$. Určete amplitudu výchylky, maximální rychlost a zrychlení hmotného bodu.
($0,2 \text{ m}$; $0,3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$; $0,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$)
52. Zavěšením závaží o hmotnosti 20 g na pružinu se její délka prodlouží o 8 cm . Jakou frekvenci bude mít pružina, jestliže ji rozkmitáme zavěšením závaží o hmotnosti 50 g ?
($1,125 \text{ Hz}$)
53. Vlastní frekvence mechanického oscilátoru je 2 Hz . Pružina oscilátoru je natažena směrem dolů z rovnovážné polohy silou 20 mN . Při tomto ději byla vykonána práce $0,2 \text{ mJ}$. Napište rovnici kmitání oscilátoru.
($y = 0,02 \sin 4\pi t$)
54. Těleso o hmotnosti 400 g koná kmitavý pohyb. Amplituda výchylky je 5 cm a perioda $0,2 \text{ s}$. Vypočítejte celkovou energii tělesa.
($0,5 \text{ J}$)
55. Vlnění je popsáno rovnicí $y = 0,04 \sin 2\pi(8t + 5x) \text{ m}$. Určete:
a) amplitudu, periodu a rychlost vlnění.
b) výchylku bodu vzdáleného $1,5 \text{ m}$ od zdroje vlnění v čase 6 s .
(a) $0,04 \text{ m}$; $0,125 \text{ s}$; $1,6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$; b) 0 m)
56. Napište rovnici rovinné postupné vlny o amplitudě výchylky $0,6 \text{ mm}$ a periodě $0,003 \text{ s}$, která se šíří rychlostí $330 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ v kladném směru osy x .
($y = 0,6 \sin 2\pi(333,3 t - x) \text{ mm}$)
57. Vlnění s periodou T postupuje podél osy x . Bod se souřadnicí $x = 4 \text{ cm}$ má v čase $t = T/6$ okamžitou výchylku $y = 0,5 y_m$. Určete vlnovou délku tohoto vlnění.
($0,48 \text{ m}$)

Molekulová fyzika a termodynamika

58. Určete látkové množství hliníkového tělesa o hmotnosti 148,5 g. Relativní atomová hmotnost hliníku je 27. (5,5)

59. Vypočítejte střední kvadratickou rychlost molekul kyslíku O_2 při teplotě $-3\text{ }^\circ\text{C}$. Relativní atomová hmotnost kyslíku je 16. (459 $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)

60. V láhvi je uzavřen kyslík O_2 , který má hmotnost 1 g, tlak 1 MPa a teplotu $47\text{ }^\circ\text{C}$. Uzávěr láhve dobře netěsní, takže kyslík uniká. Po určitém čase byl opět změřen tlak a teplota a bylo zjištěno, že tlak klesl na $\frac{5}{8}$ své původní hodnoty a teplota klesla na $27\text{ }^\circ\text{C}$. Relativní atomová hmotnost kyslíku je 16.

- a) Jaký je vnitřní objem láhve?
b) Určete hmotnost kyslíku, který unikl. (83 cm^3 ; 0,33 g)

61. Určete práci, kterou vykoná plyn při izotermické expanzi, jestliže jeho počáteční objem je $V_1 = 10\text{ dm}^3$, tlak $p_1 = 10^3\text{ kPa}$, tlak po expanzi $p_2 = 10^2\text{ kPa}$. (23 kJ)

62. Oxid uhelnatý CO byl uzavřen v nádobě o objemu 2000 dl při teplotě $30\text{ }^\circ\text{C}$ a normálním tlaku $1,013 \cdot 10^5\text{ Pa}$. Plynu bylo dodáno teplo $Q = 10\text{ kJ}$. Určete a) změnu teploty, b) konečný tlak plynu. (59,8 K; $1,21 \cdot 10^5\text{ Pa}$)

63. Ideální tepelný stroj s maximální účinností 65 % má teplotu ohříváče $2\text{ }200\text{ }^\circ\text{C}$. Vypočítejte teplotu chladiče. (865 K)

64. Za normálního tlaku 10^5 Pa měl plynný dusík N_2 o látkovém množství 8 molů teplotu $40\text{ }^\circ\text{C}$. Teplota plynu byla při konstantním tlaku zvětšena na $80\text{ }^\circ\text{C}$. Určete:

- a) změnu vnitřní energie plynu,
b) práci vykonanou plynem,
c) teplo plynu předané.

(6648 J, 2659 J, 9307 J)

Elektrostatické pole

65. Dva bodové náboje $Q_1 = -5\text{ nC}$ a $Q_2 = 2\text{ nC}$ jsou umístěny ve vakuu ve vzdálenosti 12 cm.

- a) Jakou silou budou na sebe působit?
b) Jakou silou budou na sebe působit, jestliže se dotknou a pak se oddálí do původní vzdálenosti?

($6,25 \cdot 10^{-6}\text{ N}$; $1,41 \cdot 10^{-6}\text{ N}$)

66. Vypočítejte velikost intenzity elektrického pole v bodě, který leží ve vzduchu

- a) ve vzdálenosti 20 cm od bodového náboje 4 nC
b) mezi dvěma rovnoběžnými deskami s potenciálovým rozdílem 60 V vzdálenými 30 cm od sebe
c) uprostřed na spojnici dvou nábojů $Q_1 = 3\text{ nC}$ a $Q_2 = 5\text{ nC}$ vzdálených od sebe 12 cm.

($900\text{ N}\cdot\text{C}^{-1}$; $200\text{ N}\cdot\text{C}^{-1}$; $5000\text{ N}\cdot\text{C}^{-1}$)

67. Dva souhlasné náboje $Q_1 = 8 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ a $Q_2 = 5 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ se nacházejí ve vzdálenosti $d = 0,2 \text{ m}$. Vypočítejte, v kterém místě na jejich spojnici je intenzita jejich výsledného elektrického pole nulová. Oba náboje se nalézají ve stejném prostředí.
($x = 0,112 \text{ m}$, x je vzdálenost od náboje Q_1)

68. Dva stejné bodové náboje jsou umístěné ve vakuu ve vzdálenosti 20 cm . V jaké vzdálenosti musí být v oleji, jehož relativní permitivita je rovna 5, aby se nezměnila velikost elektrostatické síly působící mezi nimi?
($0,089 \text{ m}$)

69. Vypočítejte kapacitu deskového kondenzátoru, jestliže plošný obsah desky je 50 cm^2 , vzdálenost desek je 3 mm a prostor mezi deskami je vyplněn dielektrikem o $\epsilon_r = 3$.
(44 pF)

70. K dispozici máme tři kondenzátory o kapacitách $C_1 = 2 \text{ }\mu\text{F}$, $C_2 = 3 \text{ }\mu\text{F}$, $C_3 = 5 \text{ }\mu\text{F}$. Vypočítejte jejich výslednou kapacitu, jestliže:

a) kondenzátory jsou zapojeny paralelně

b) kondenzátory jsou zapojeny sériově

($10 \text{ }\mu\text{F}$; $0,97 \text{ }\mu\text{F}$)

Elektrický proud

71. Galvanický článek s vnitřním odporem $0,2 \text{ }\Omega$ má elektromotorické napětí $1,8 \text{ V}$. Vypočítejte proud tekoucí obvodem a svorkové napětí, jestliže je článek připojen k vnějšímu odporu $0,7 \text{ }\Omega$.
(2 A ; $1,4 \text{ V}$)

72. Jestliže z baterie odebíráme proud 3 A , je svorkové napětí 24 V . Při odběru proudu 4 A klesne svorkové napětí na 20 V . Vypočítejte vnitřní odpor baterie a elektromotorické napětí baterie.
($4 \text{ }\Omega$; 36 V)

73. Dva rezistory s odpory $2 \text{ }\Omega$ a $4 \text{ }\Omega$ jsou zapojeny sériově. Další dva rezistory s odpory $3 \text{ }\Omega$ a $1 \text{ }\Omega$ jsou zapojeny také sériově. Obě větve rezistorů jsou spojeny paralelně a zapojené ke zdroji stejnosměrného napětí. ($U_e = 6 \text{ V}$, $R_i = 0,2 \text{ }\Omega$). Vypočítejte proudy procházející jednotlivými větvemi. ($0,924 \text{ A}$, $1,385 \text{ A}$)

74. Sestavte a запиšte pro obvod na obrázku rovnice pro řešení podle I. a II. Kirchhoffova zákona a určete proudy tekoucí odpory R_1 , R_2 , R_3 .



