

Úloha 9

Měření intenzity zvuku Rayleighovou destičkou

Akustika

Akustika se zabývá fyzikálními jevy, které jsou spojeny se vznikem akustického (zvukového) vlnění, jeho šířením a vnímáním zvuku sluchem. Frekvence zvukových vln leží přibližně v intervalu 16 Hz až 16000 Hz. Mechanické vlnění s frekvencí menší než 16 Hz se nazývá infrazvuk, s frekvencí větší než 16000 Hz se nazývá ultrazvuk.

Šíří-li se rovinná harmonická akustická vlna pružným prostředím ve směru osy x , pro okamžitou výchylku $u(x,t)$ platí vztah

$$u = u_0 \sin \omega \left(t - \frac{x}{v} \right), \quad (1)$$

kde u_0 je amplituda výchylky, ω je úhlová frekvence vlnění a v je fázová rychlost šíření akustické vlny v daném prostředí.

Akustická vlna způsobuje opakované stlačování a rozpínání pružného prostředí (vzduchu, vody, kovu atd.). To je např. ve vzduchu příčinou změn atmosférického tlaku, které pak sluchem vnímáme jako zvuk určité hlasitosti.

V dalším výkladu budeme uvažovat jen zvukové vlny podélné, šířící se bez tlumení v homogenním izotropním prostředí.

Výchylka u podle (1) se nazývá akustická výchylka. Objemové elementy prostředí při vlnění kmitají kolem rovnovážných poloh a mění se rychlost jejich pohybu. Tuto rychlost určíme jako derivaci výchylky podle času a nazveme ji **akustickou rychlostí** v_u :

$$v_u = \frac{\partial u}{\partial t} = \omega u_0 \cos \omega \left(t - \frac{x}{v} \right) = v_{u0} \cos \omega \left(t - \frac{x}{v} \right). \quad (2)$$

Pozor! Nezaměňujme tuto rychlost objemového elementu prostředí za fázovou rychlost v šíření vlny tímto prostředím.

Pro popis fyzikálních vlastností akustického vlnění se definuje několik veličin:

- **Akustický tlak** p je tlak způsobený interakcí vlnění s pružným prostředím. Pro akustickou vlnu popsanou rovnicí (1) je jeho průběh také sinusový a pro jeho amplitudu p_0 platí

$$p_0 = \rho v \omega u_0, \quad (3)$$

kde ρ je hustota prostředí, v němž se vlna šíří, v, ω, u_0 mají stejný význam jako v rovnici (1).

- **Efektivní hodnotu akustického tlaku** p_{ef} (z důvodu, že hodnoty akustického tlaku se neustále mění v čase, mají sinusový průběh)

$$p_{ef} = \frac{p_0}{\sqrt{2}}. \quad (3)$$

- **Efektivní akustická rychlost** $v_{u,ef}$

$$v_{u,ef} = \frac{v_{u0}}{\sqrt{2}}, \quad (4)$$

kde $v_{u0} = \omega u_0$ je amplituda akustické rychlosti.

Postupné šíření vlnění prostředím je spojeno s přenosem energie, a proto můžeme definovat veličinu **intenzita zvuku** I jako střední hustotu energie, která projde při prostorovém vlnění za jednotku času jednotkovou plochou kolmou na směr šíření vlnění. Pro intenzitu zvuku I pak platí vztah

$$I = \frac{p_{ef}^2}{\rho v} \quad (5)$$

nebo

$$I = v_{u,ef}^2 \rho v. \quad (6)$$

Jednotkou intenzity zvuku je $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$.

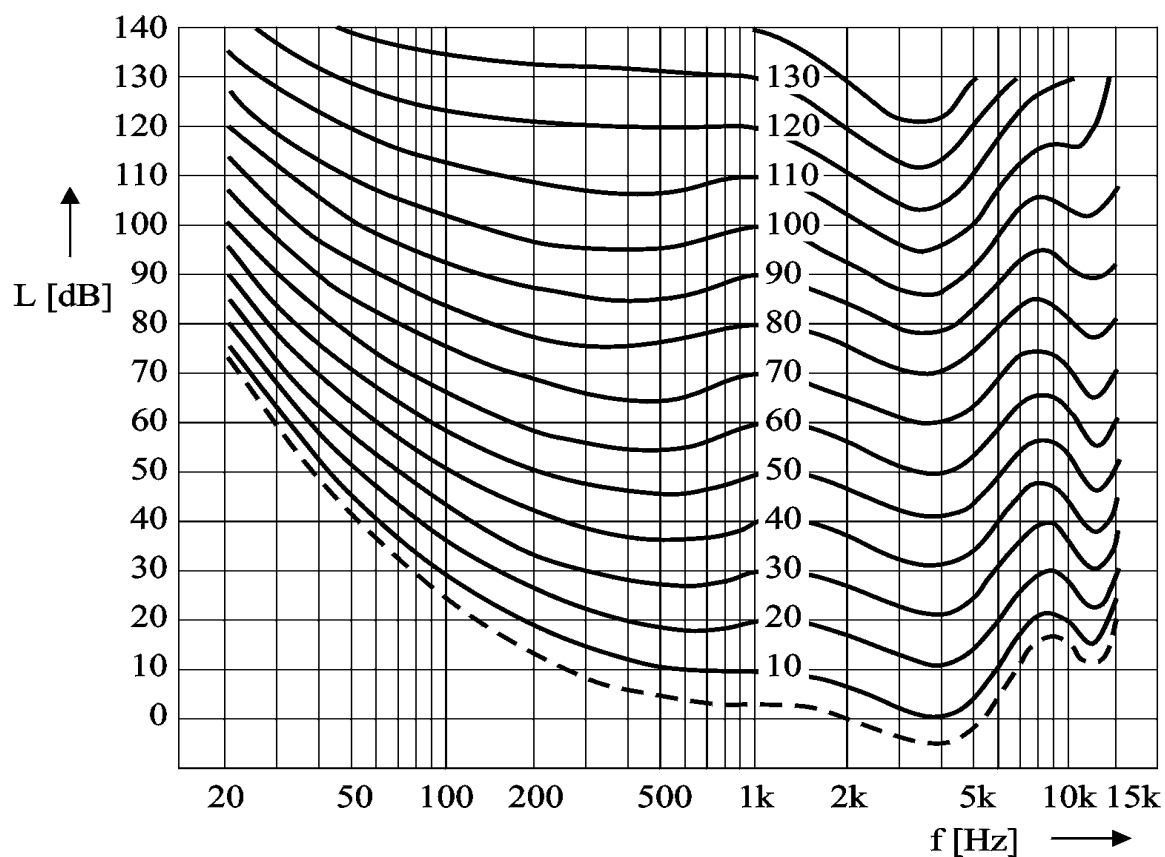
Určíme-li intenzitu zvuku I , potom můžeme v logaritmické stupnici vyjádřit tzv. **hladinu intenzity zvuku** L_I měřenou v jednotkách dB (decibel) pomocí vztahu:

$$L_I = 10 \log \frac{I}{I_0}, \quad (7)$$

kde $I_0 = 10^{-12} \text{W}\cdot\text{m}^{-2}$ je intenzita odpovídající prahu slyšitelnosti zvuku o frekvenci 1 kHz (hladina intenzity zvuku pro I_0 je 0 dB). Pro srovnání, například normální hovor vnímáme ze vzdálenosti 1 metru s $L_I = 40$ dB, startující letadlo ze vzdálenosti 10 metrů s $L_I = 110$ dB.

Hlasitost zvuku je subjektivní veličina vyjadřující působení zvuku na normální sluch. Závisí nejen na intenzitě zvuku, ale i na citlivosti ucha na zvuky různé frekvence. Sluch je nejcitlivější na frekvence od 700 Hz do 6000 Hz. Nejmenší intenzita zvuku, kterou jsme schopni při dané frekvenci vnímat se nazývá **práh slyšitelnosti**, nejvyšší pak **práh bolesti**.

Hladina hlasitosti L_H je rovna hladině intenzity tónu s frekvencí 1 kHz, je-li stejně hlasitý jako zkoumaný zvuk. Na základě souvislosti intenzity a hlasitosti tónů je vymezeno sluchové pole. Hladinu hlasitosti udáváme v jednotkách phony (ph) a můžeme ji určit z obr.1, který představuje soustavu křivek stejných hladin hlasitosti pro danou frekvenci zvuku f a hladinu intenzity L_I .



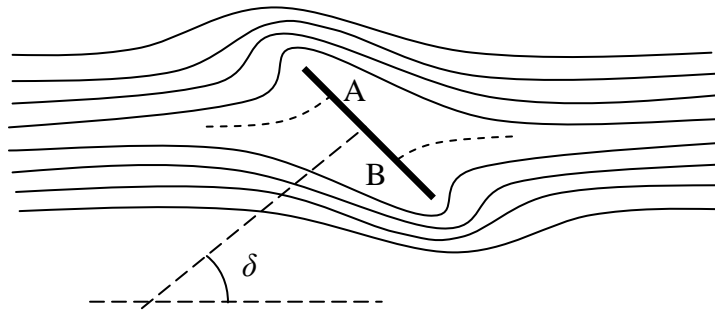
Obr. 1 Hladiny hlasitosti zvuku

Zadání:

- 1) Určete intenzitu zvuku I a její nejistotu.
- 2) Vypočítejte efektivní hodnotu akustického tlaku p_{ef}
- 3) Určete hladinu zvuku L_I a hladinu hlasitosti L_H .

Teorie

Rayleighova destička je tenká kruhová destička, obvykle slídová, zavěšená na tenkém drátku se zrcátkem. Na obr. 2 je znázorněno ustálené obtékání destičky odkloněné od směru proudění o úhel $\delta = 45^\circ$.



Obr.2 Rayleighova destička

- Z teorie proudění vyplývá, že největší tlak působí v bodech A a B. Vzniká tak dvojice sil, která stáčí destičku do směru kolmému k původnímu směru proudění. Destička zavěšená na vlákně se **ustálí v rovnovážné poloze, v níž je moment vyvolaný zkroucením vlákna (torzní moment) v rovnováze s výsledným momentem této dvojice sil.**
- Při obtékání velmi tenké kruhové destičky o poloměru r , jejíž normála svírá se směrem proudění úhel δ (obr. 2), vzniká moment dvojice sil, který se snaží zmenšit úhel δ , tedy **natočit destičku do směru proudění.**
- Velikost momentu dvojice sil M lze určit měřením úhlu pootočení destičky a platí:

$$M = \frac{4}{3} \rho r^3 v_{u,ef}^2 \sin 2\delta \quad (8)$$

kde ρ je hustota prostředí, $v_{u,ef}$ je efektivní akustická rychlost definovaná vztahem (4).

- Předpokládejme, že průměr destičky je malý vzhledem k vlnové délce zvukových vln na ni dopadajících a že zdroj vlnění je umístěn tak daleko od destičky, že dopadající vlna je rovinná, tj. má rovinné vlnoplochy. Kombinací vztahů (6) a (8) dostaneme pro intenzitu zvuku I vztah

$$I = \frac{3 v M}{4r^3 \sin 2\delta}. \quad (9)$$

Jestliže tedy na destičku, která svírá se směrem proudění úhel $\delta = 45^\circ$ ($\sin 2\delta = \sin 90^\circ = 1$), dopadají zvukové vlny, vychýlí se destička o malý úhel ϕ .

Pro torzní moment M_t vyvolaný zkroucením vlákna podle Hookova zákona platí

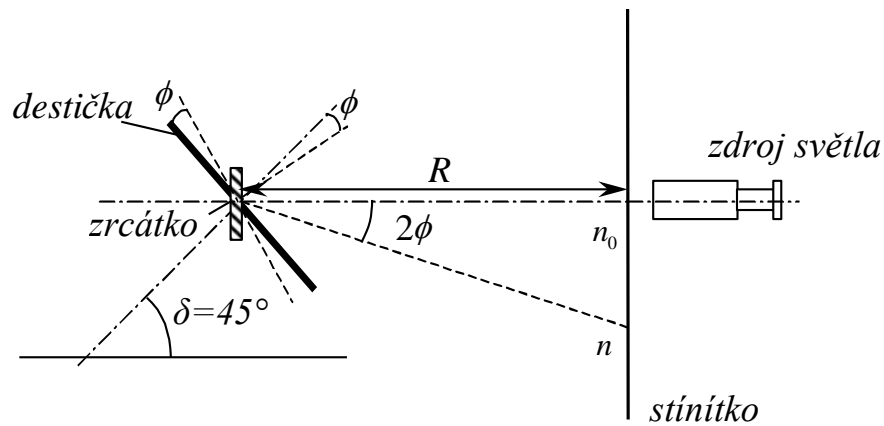
$$M_t = K\phi. \quad (10)$$

Konstanta K se nazývá torzní tuhost vlákna a můžeme ji určit ze vztahu

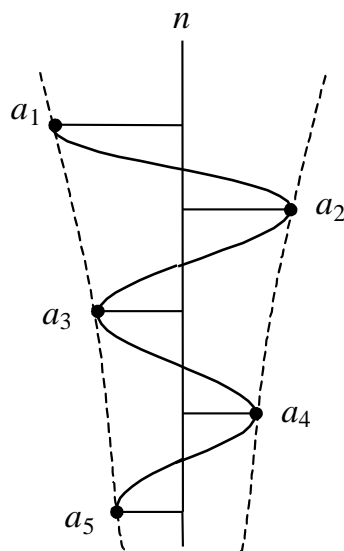
$$K = J \left(\frac{\pi}{\tau} \right)^2, \quad (11)$$

kde J je moment setrvačnosti celého otáčivého systému vzhledem k vertikální ose a τ je doba kyvu **netlumených torzních kmitů**.

Zrcátková metoda



Obr.3 Schéma uspořádání měření intenzity zvuku



Obr. 4 Tlumené kmity

Úhel ϕ určíme z obr. 3, který znázorňuje princip zrcátkové metody. Pro malé úhly ϕ platí

$$2\phi \cong \text{tg } 2\phi = \frac{|n - n_0|}{R}, \quad (12)$$

kde n_0 je rovnovážná poloha destičky bez působení zvukových vln (vypnutý zdroj zvuku) a n je rovnovážná poloha destičky při působení zvukových vln (zapnutý zdroj zvuku). V rovnovážné poloze platí, že $M_t = M$, a proto dosadíme-li vztahy (10,11,12) do (9), dostaneme výsledný vztah pro intenzitu zvuku

$$I = \frac{3 \nu J |n - n_0| \left(\frac{\pi}{\tau}\right)^2}{8R r^3} \quad (13)$$

Měření

- Rovnovážnou polohu n a n_0 určete metodou tří kyvů (vztah 14). Zapište tři po sobě následující výchylky na stupnici a_1, a_2, a_3 (obr. 4)
 - a) při zapnutém zvuku
 - b) při vypnutém zvuku
- Rovnovážnou polohu n resp. n_0 určete ze vztahu

$$n = \frac{1}{2} \left[a_2 + \frac{(a_1 + a_3)}{2} \right] \quad (14)$$

Jelikož kmity destičky jsou tlumené a do vztahu (13) dosazujeme dobu kyvu netlumených kmitů, musíme nejprve stanovit **logaritmický dekrement útlumu** (například se zvukem – dosadíme výchylky a_1, a_3 a rovnovážná poloha n)

$$g = \ln \left(\frac{a_1 - n}{a_3 - n} \right) \quad (15)$$

- Dobu kyvu τ netlumených kyvů pak určete ze vztahu

$$\tau = \frac{\tau'}{\sqrt{1 + \left(\frac{g}{2\pi}\right)^2}}, \quad (16)$$

kde τ' je doba kyvu tlumených kmitů. Dobu kyvu τ' určete z měření většího počtu kyvů (alespoň 10 kyvů).

- 1) Intenzitu zvuku určíme podle vztahu (13).

$$J = (5,24 \pm 0,06) \cdot 10^{-9} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2}$$

$$r = (0,022 \pm 0,001) \text{ m}$$

Rychlost šíření zvuku ve vzduchu určete ze vztahu (t je teplota vzduchu měřena ve $^{\circ}\text{C}$)

$$v = [344,3 + 0,62(t - 20)] \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

- 2) Efektivní hodnotu akustického tlaku p_{ef} určíme ze vztahu (5)
- 3) Hladinu zvuku L_I ze vztahu (7), hladinu hlasitosti L_H z obr. 1.

Nejistoty měření

- Všechny přímo měřené veličiny jsou zdrojem nejistot typu B. Relativní nejistotu intenzity zvuku I typu B stanovte aplikací vztahů (12) a (16) (z textu *Chyby a nejistoty měření*) na výraz (13) pro výpočet dynamické viskozity.
- Protože ve vztahu (13) je zároveň násobení i odečítání, určete nejprve relativní nejistotu rozdílu $(n - n_0)$. Platí :

$$u_{(n-n_0)B} = \sqrt{u_n^2 + u_{n_0}^2}$$
$$u_{r(n-n_0)B} = \frac{\sqrt{u_n^2 + u_{n_0}^2}}{(n - n_0)}$$

Nejistotu $u_{nB} = u_{n_0B}$ určíme aplikací vztahu pro nejistotu **lineární kombinace přímo**

měřených veličin. Předpokládejme, že $u_{a_1} = u_{a_2} = u_{a_3} \equiv u_a$, pak $u_{nB} = u_{n_0B} = \frac{\sqrt{6}}{4} u_a$.

- Pro standardní nejistotu nepřímo měřené veličiny I , která je dána součinem a podílem přímo měřených veličin pak platí:

$$u_{rIB} = \sqrt{9u_{rIB}^2 + u_{rRB}^2 + u_{rJB}^2 + 4u_{rIB}^2 + \frac{u_{nB}^2 + u_{n_0B}^2}{(n - n_0)^2}}, \quad (17)$$

- Relativní nejistotu typu B efektivního akustického tlaku p_{ef} stanoveného pomocí vztahu (5) určíme opět jako nejistotu nepřímo měřené veličiny dané součinem veličin. Potom platí (chyby v , ρ můžeme zanedbat):

$$u_{rp_{ef}B} = \frac{1}{2} u_{rIB}. \quad (18)$$

- Hladinu hlasitosti L_H stanovte pomocí obr. 1, na kterém soustava křivek stejné hladiny hlasitosti dovoluje při daném kmitočtu k známé hodnotě intenzity L_I hladinu hlasitosti L_H .
- Při zápisu hodnot L_I a L_H si uvědomte, jaký počet cifer výsledku je zaručen, protože relativní nejistoty těchto veličin budou přinejmenším stejné jako relativní nejistota intenzity zvuku.