

Úloha 5

Stanovení dynamické viskozity

Viskozita tekutin

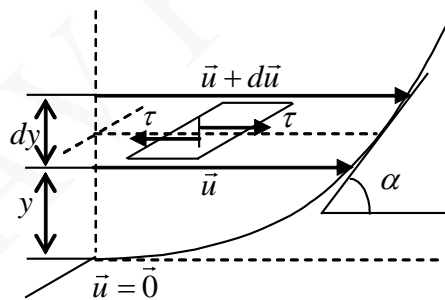
Při laminárním proudění reálné tekutiny vzniká ve stykové ploše dvou vrstev pohybujících se různou rychlostí tečné napětí τ , jímž se rychlejší vrstva snaží urychlovat vrstvu pomalejší a naopak. Schematické znázornění vektorů rychlosti v reálné tekutině je na obr. 1. Vztah mezi tečným napětím a změnou rychlosti můžeme v řadě případů popsat lineární závislostí, v níž se koeficient úměrnosti nazývá **dynamická viskozita**. Dynamická viskozita je definována vztahem

$$\tau = \eta \frac{du}{dy}, \quad [\eta] = \text{Pa}\cdot\text{s}, \quad (1)$$

kde $\frac{du}{dy}$ je velikost rychlostního spádu (rychlostní gradient) ve směru kolmém na vektor rychlosti. V mechanice tekutin se zavádí ještě **kinematická viskozita** vztahem

$$\nu = \frac{\eta}{\rho}, \quad [\nu] = \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}, \quad (2)$$

v němž ρ je hustota tekutiny.



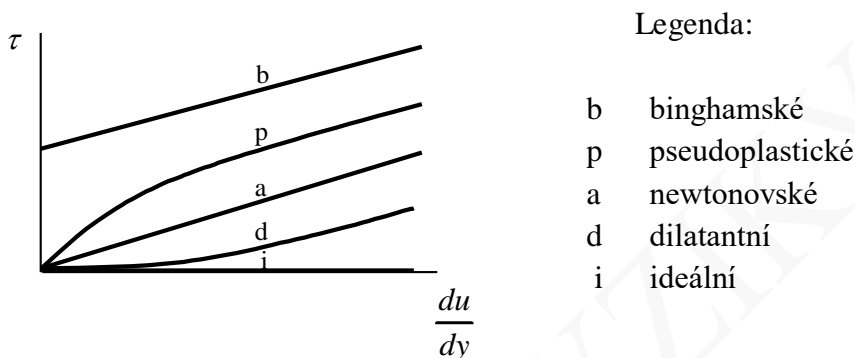
Obr.1 Rychlostní profil v proudící tekutině.

Grafické vyjádření závislosti tečného napětí na rychlostním spádu se nazývá **reogram** a pro některé typy látek je na obr.2.

Newtonovské tekutiny mají při stálé teplotě a tlaku viskozitu nezávislou na rychlostním spádu a jejich reogramem přímka procházející počátkem. Pro newtonovské kapaliny platí vztah (1). Patří mezi ně např. voda, minerální oleje, benzin, líh.

V případě, že reogram není lineární, se tekutiny nazývají **nenewtonovské**. U těchto tekutin se viskozita zavádí pro určitý rychlostní spád. Označuje se jako **ekvivalentní viskozita**, a představuje ji směrnice tečny v daném bodě reogramu. Podle průběhu reogramů dělíme nenewtonovské tekutiny na látky:

- **plastické** (binghamské) - za běžných podmínek nevykazují tekutost, vyžadují překročení určité meze tečného napětí, aby došlo k tečení (kašovitě suspenze, kaly, vápno),
- **pseudoplastické** - při malých rychlostních spádech mají anomální chování a při větších se chovají jako tekutiny newtonovské (zředěné suspenze),
- **dilatantní** - viskozita se se stoupajícím tečným napětím zvětšuje, látky snadno sedimentují (mokřý písek),
- **tixotropní** - se zvyšujícím se tečným napětím viskozita klesá (jogurt, tixotropní barvy - pod tlakem štětky se stávají snadno roztíratelné),
- **reopexní** - vlivem zvyšujícího se tečného napětí viskozita stoupá (suspenze, sádry, šlehaný bílek).



Obr. 2 Závislost tečného napětí na rychlostním spádu (reogram).

S dynamickou viskozitou se setkáváme při vyjádření odporové síly působící na těleso pohybující se v tekutém prostředí. Této skutečnosti se využívá pro měření dynamické viskozity tekutin pomocí přístrojů, které se nazývají viskozimetry. Podle použitého principu se rozlišují tyto základní typy:

Kapilární viskozimetry využívají rovnice vyjadřující závislost množství kapaliny proteklé za určitý čas tenkou trubicí známých rozměrů na viskozitě měřené kapaliny. Tyto přístroje se vyrábějí jak v nejjednodušším provedení (např. pro orientační určování viskozity nátěrových hmot), tak v přesném a velmi přesném provedení (přesnost až 0,2 %), vhodném pro měření jak za nízkých tak i za vysokých teplot.

Rotační viskozimetry jsou založeny na měření síly přenášené tokem kapaliny z jedné plochy viskozimetru na druhou. Obvyklé provedení sestává ze dvou souosých válců, mezi kterými je měřená kapalina. Jeden z válců se uvede do rotačního pohybu se stálou úhlovou rychlostí a měří se moment síly působící na druhý váleček.

Tělískové viskozimetry jsou přístroje, které určují viskozitu z rychlosti pádu vhodného tělíška v měřené kapalině. Tělískové viskozimetry patří mezi levnější přístroje, lze s nimi určovat viskozitu obvykle v rozsahu pouze jednoho řádu a to s přesností až 1 %, která je dosažitelná pouze za předpokladu, že s odpovídající přesností určujeme i hustotu měřené kapaliny a její teplotu.

Tab.1 Velikost dynamické viskozity pro některé kapaliny při 20 °C (* u těchto newtonovských tekutin uvedené hodnoty viskozity platí pouze pro určitý rychlostní spád).

látka	viskozita látky [mPa.s]
petrolej	0,65
voda	1,0
ovocná šťáva*	2-5
smetana*	10
olivový olej	100
med*	10 ⁴
dehet*	10 ⁶
asfalt*	10 ⁸

Zadání:

- 1) Určete součinitel odporu C , Reynoldsovo číslo Re a posuďte, zda lze použít Stokesovu metodu. Pokud ano, určete Stokesovou metodou dynamickou viskozitu η včetně nejistot.
- 2) Určete dynamickou viskozitu η při různých teplotách (30, 40, 50, 60) °C a graficky znázorněte $\eta = f(t)$.

Teorie

Na těleso obtékané tekutinou působí odporová síla udaná Newtonovým vzorcem

$$F = CS \frac{1}{2} \rho_k v^2, \quad (3)$$

kde S je plošný obsah kolmého průměru obtékaného tělesa v rovině kolmé k rychlosti obtékaného tělesa, $\frac{1}{2} \rho_k v^2$ je kinetická energie jednotkového objemu tekutiny a C je součinitel odporu.

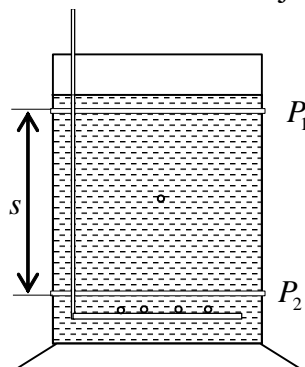
Má-li těleso tvar koule o průměru $d = 2r$ a pohybuje se v tekutině rychlostí v , bude na něj působit odporová síla jejíž velikost udává **Stokesův vzorec**

$$F = 6\pi\eta r v, \quad (4)$$

kde η je dynamická viskozita. Vztah (4) platí pouze pro malé rychlosti. Pokud vztah (4) platí, pak je součinitel odporu C určen následujícím vztahem

$$C = \frac{24}{Re}, \quad (5)$$

kde Re je Reynoldsovo číslo, které se užívá pro charakterizaci proudění. Mezi součinitelem odporu C a Reynoldsovým číslem Re existuje v oboru platnosti Stokesova zákona nepřímá úměrnost daná vztahem (5), která pro logaritmy veličin přechází v závislost lineární. Tato jednoduchá závislost, jak je vidět z grafu na obr. 4, platí jen pro hodnoty Reynoldsova čísla $Re < 0,5$. Při větších hodnotách Re se závislost stává složitější a Stokesův zákon neplatí.



Obr. 3 Stokesova metoda

Dynamickou viskozitu kapalin lze proto měřit Stokesovou metodou na základě platnosti vztahu (4) pouze v oblasti, kde platí Stokesův zákon. Stanovení viskozity spočívá v měření velikosti rychlosti v rovnoměrného pohybu kuličky poloměru r a hustoty ρ v kapalině, která má hustotu ρ_k a jejíž viskozitu určíme.

Na padající kuličku působí síla F' , která je dána rozdílem tíhy kuličky a hydrostatické vztahové síly působící na kuličku

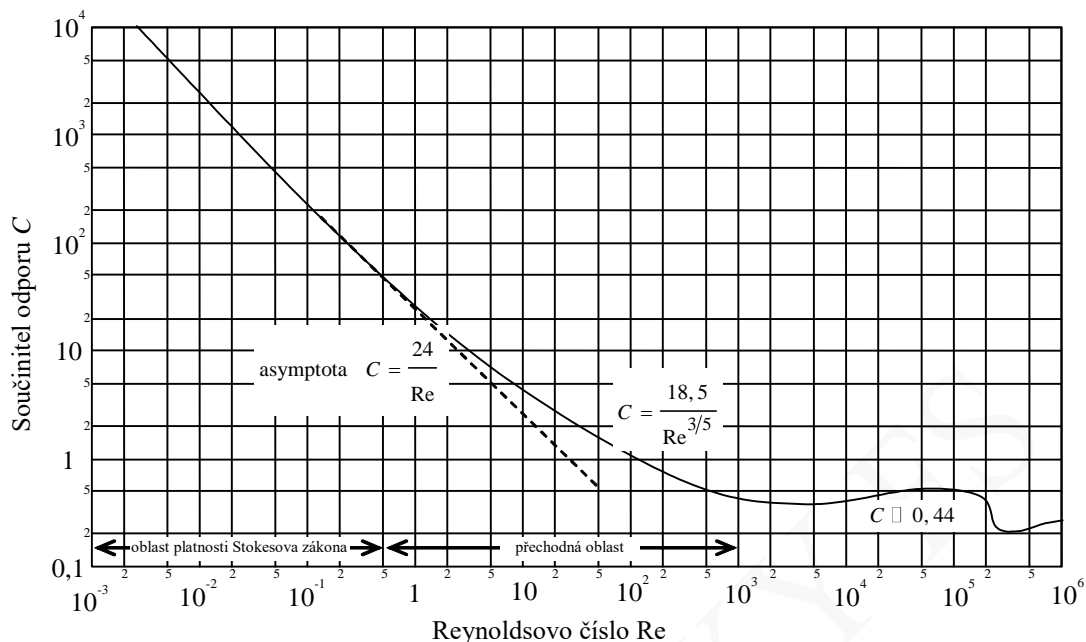
$$F' = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho g - \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_k g = \frac{4}{3} \pi r^3 (\rho - \rho_k) g. \quad (6)$$

Proti síle F' působí síla, která je udaná Stokesovým vztahem (4). Po umístění kuličky s nulovou počáteční rychlostí do kapaliny je zpočátku síla F' větší a kulička se pohybuje zrychleně. Ve viskózním prostředí však s rostoucí rychlostí vzrůstá i velikost odporové síly (4) a velikosti obou sil, které působí opačným směrem, se po určité době vyrovnají. Od tohoto okamžiku koná kulička pohyb rovnoměrný přímočarý s rychlostí $v = \text{konst.}$, kterou nazýváme mezní rychlostí.

Z podmínky rovnováhy sil působících na kuličku $F' = F$ dostaneme vztah pro měřenou viskozitu, který má tvar

$$\eta = \frac{1}{18} g (\rho - \rho_k) \frac{d^2}{v}. \quad (7)$$

Tento vztah platí přesně pouze v případě pohybu tělesa ve tvaru koule v neohraničeném prostředí. Rychlost kuličky spočítáme na základě určení dráhy s (vzdálenost mezi prstenci P_1 a P_2) a času τ , za který kulička tuto vzdálenost urazí.



Obr. 4 Reynoldsovo kritérium.

Höpplerův viskozimetr patří mezi tělískové viskozimetry, ve kterých se dynamická viskozita určuje z rychlosti rovnoměrného pohybu tělíska ve zkoumané kapalině. Viskozimetr je tvořen skleněnou válcovou trubicí naplněnou měřenou kapalinou, v níž se může pohybovat tělísko ve tvaru koule. Válcová trubice je obklopena pláštěm s protékající vodou, jejíž teplota je řízena termostatem. Obvykle se měří doba průchodu kuličky mezi dvěma krajními ryskami vyznačenými na trubici, jejich vzdálenost bývá 0,1 m.

Za předpokladu, že kulička padá v kapalině rovnoměrně a proudění je laminární, platí pro dynamickou viskozitu vztah

$$\eta = K(\rho - \rho_k) \tau, \quad (8)$$

kde ρ je hustota kuličky, ρ_k hustota kapaliny, τ doba průchodu kuličky mezi krajními značkami a K výrobcem zadaná konstanta přístroje pro danou kuličku.

Platnost vztahu (8) je podle výrobce zaručena tehdy, je-li čas τ větší než 30 s a kulička je na začátku měření až na horním okraji trubice. Toho lze dosáhnout překlopením viskozimetru okolo vodorovné osy před započítáním každého měření.

Měření

Stokesova metoda

- Určete rychlost pohybu několika skleněných kuliček ve válcové nádobě naplněné glycerinem. Experimentální zařízení tvoří vyšší skleněný válec o vnitřním průměru několikanásobně vyšším, než je průměr kuličky použité pro měření (obr. 3). Na válci jsou umístěny dva posuvné prstence P_1 a P_2 , které slouží k vymezení dráhy s . Rychlost v kuličky se určí jako podíl dráhy s a času τ za níž kulička tuto vzdálenost urazí.
- Kuličky je třeba vypouštět s nulovou počáteční rychlostí. Prstence umístěte ve spodní polovině válce, kde se kulička již s největší pravděpodobností pohybuje rovnoměrně. Pro výpočet součinitele odporu C odvodíme pomocí (3) a (6) následující vztah

$$F' = \frac{4}{3} \pi r^3 (\rho - \rho_k) g = \frac{1}{2} C S \rho_k v^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{4}{3} S \frac{d}{2} (\rho - \rho_k) g = \frac{1}{2} C S \rho_k v^2$$

$$C = \frac{4}{3} \frac{d}{v^2} \frac{(\rho - \rho_k)}{\rho_k} g$$

(9)

Pro vypočtený součinitel odporu C určete hodnotu Re a ověřte, že vyhovuje podmínce $Re < 0,5$. Viskozitu poté určete ze vztahu (7).

- Pro měření času uplatněte metodu opakovaných měření.

- Pro danou kuličku platí:
 $d = (2,94 \pm 0,05) \cdot 10^{-3} \text{ m}$
 $\rho = (2505 \pm 10) \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

Höpplerův viskozimetr

- Na teploměru termostatu nastavte měřicí teplotu. Po dosažení požadované teploty překlopte viskozimetr a změřte dobu průchodu kuličky mezi **krajními ryskami**.

Pro zvolenou kuličku platí :

$$\rho = 8143 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$
$$K = 1,22 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$$

Tab. 2 Hustota technického glycerinu naplňujícího trubici při různých teplotách, určeno s relativní nejistotou 0,5 %:

t (°C)	30	40	50	60
ρ_K (kg.m ⁻³)	1209	1200	1190	1181

Nejistoty měření

Standardní nejistotu dynamické viskozity stanovte složením nejistoty typu A a typu B podle obecných vztahů pro šíření nejistot nepřímo měřené veličiny – podle textu *Chyby a nejistoty měření*.

- Nejistotu typu A určete ze směrodatné odchylky opakovaného měření času τ . Ta jediná přispívá k celkové nejistotě typu A. Proto platí: $u_{r\eta A} = u_{r\tau A}$.
- Relativní nejistotu typu B stanovte aplikací vztahů (12) a (16) (z textu *Chyby a nejistoty měření*) na výraz (7) pro výpočet dynamické viskozity.
- Protože ve vztahu (7) je zároveň násobení i odečítání, určete nejprve relativní nejistotu rozdílu $(\rho - \rho_k)$. Platí:

$$u_{(\rho - \rho_k)B} = \sqrt{u_{\rho}^2 + u_{\rho_k}^2}$$
$$u_{r(\rho - \rho_k)B} = \frac{\sqrt{u_{\rho}^2 + u_{\rho_k}^2}}{(\rho - \rho_k)}$$

- Tuto relativní nejistotu pak použijte do výpočtu celkové relativní nejistoty typu B

$$u_{r\eta B} = \sqrt{\frac{u_{\rho B}^2 + u_{\rho_k B}^2}{(\rho - \rho_k)^2} + 4u_{rdB}^2 + u_{rvB}^2} \cdot \quad (10)$$

- Celkovou nejistotu viskozity získáme jako odmocninu z kvadratického součtu nejistot typu A a B.