Úloha 3

Stavová rovnice ideálního plynu

Ideální plyn

Stavová rovnice pro ideální plyn má tvar:

$$pV = nR_m T \ , \tag{1}$$

kde p, V, T značí po řadě tlak, objem, teplotu ideálního plynu, n je látkové množství daného plynu, R_m je molární plynová konstanta. Z této stavové rovnice lze také získat pro uzavřenou termodynamickou soustavu vztah:

$$\frac{pV}{T} = \frac{p_0 V_0}{T_0} \ . \tag{2}$$

Ideální plyn má za normálních podmínek $T_0 = 273{,}15\,\mathrm{K}$, $p_0 = 1{,}01325.10^5\,\mathrm{Pa}$ molární objem $V_{m0} = 22{,}4141.10^{-3}\,\mathrm{m^3.mol^{-1}}$. Pro n molů ideálního plynu máme tedy objem $V_0 = nV_{m0}$. Dosazením těchto hodnot do rovnice (2) dostaneme

$$\frac{pV}{T} = \frac{p_0 n V_{m0}}{T_0} \tag{3}$$

Z této rovnice můžeme vyjádřit hodnotu látkového množství ideálního plynu:

$$n = \frac{pVT_0}{p_0 V_{m0} T} \tag{4}$$

Teplotní rozpínavost plynu spočívá ve změně objemu plynu se změnou teploty při stálém tlaku:

$$V = V_0\left(1 + \alpha_p \left(T - T_0\right)\right), \tag{5}$$

kde α_p je teplotní součinitel rozpínavosti.

Teplotní roztažnost plynu spočívá ve změně tlaku plynu při změně jeho teploty za stálého objemu plynu:

$$p = p_0\left(1+\alpha_V\left(T-T_0\right)\right), \tag{6}$$

kde α_V je teplotní součinitel objemové roztažnosti.

U ideálních plynů je $\alpha_p = \alpha_V$, u reálných plynů to platí jen přibližně.

Pokud je teplota plynu konstantní (**izotermický děj**) vnitřní energie ideálního dochází při izotermickém ději k zachování jeho vnitřní energie.

Práci vykonanou plynem při tomto ději vypočítáme jako

$$W = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{nR_m T}{V} dV = nR_m T \ln\frac{V_2}{V_1} = nR_m T \ln\frac{p_1}{p_2} \; . \tag{7}$$

Tabulkové hodnoty pro ideální plyn při t= 0°C:

Molární plynová konstanta $R_m = 8,314$ J.K^{-1}.mol^{-1}

Teplotní součinitel objemové roztažnosti $\alpha_V = 3,661.10^{-3}$ K^{-1}

Teplotní součinitel rozpínavosti $\alpha_p = 3,661.10^{-3}$ K^{-1}

Zadání:

1) Proměřte závislost závislosti **tlaku plynu** p **na objemu** V při konstantní teplotě (izotermický děj) .

2) Sestrojte pro izotermický děj graf závislosti tlaku plynu p na objemu V a určete vykonanou práci graficky a výpočtem. Výsledky porovnejte.

3) Proměřte závislost závislosti **tlaku plynu** p **na teplotě (** izochorický děj).
   a) Sestrojte graf závislosti tlaku na teplotě .
   b) Určete hodnotu teploty t pro p = 0 Pa .

4) Sestrojte graf závislosti objemu plynu na teplotě. Určete součinitel rozpínavosti ideálního plynu, látkové množství použitého plynu a jejich nejistoty.

Teorie

Uspořádání experimentu vidíme na obr. 1. Vzduch, který považujeme při našem měření za ideální plyn je uzavřen ve skleněném válci s pohyblivým pístem. Skleněný válec je obtékán vodou, jejíž teplotu nastavujeme na termostatu, a tím měníme teplotu plynu ve skleněném válci. Ke skleněnému válci je připojen tenkou a krátkou hadičkou snímač tlaku plynu a do vody, která obtéká skleněný válec je ponořeno teplotní čidlo.

- **Teplotu a tlak plynu** tedy odečítáme na displeji měřícího zařízení.
- **Velikost objemu** odečítáme na stupnici u pohyblivého pístu.

Obr. 1 Uspořádání úlohy

Měření

Izotermický děj (teplota plynu konstantní) – Boyle-Mariottův zákon

1) Teplotu udržujte na konstantní hodnotě, např. pokojové.

- Zvětšujte objem plynu V po $1\,\mathrm{ml}$ z hodnoty cca $50\,\mathrm{ml}$ do hodnoty cca $65\,\mathrm{ml}$.
- Pro každou hodnotu objemu změřte tlak plynu p.

- Sestrojte graf závislosti tlaku plynu p na V.

2) Graficky určete plochu pod grafem a porovnejte s výpočtem vykonané práce podle (7).

Pro následující měření při konstantním tlaku a konstantním objemu postupujeme současně.

Pro každou hodnotu teploty plynu t změříme:

a) objem plynu V při konstantním atmosférickém tlaku p_a.

b) tlak plynu p při konstantním objemu, který si zvolíme např. $V = 50\ \text{ml}$.

Izochorický děj (objem konstantní) – Charlesův zákon

3) Zvyšujte teplotu plynu t po $5\ °\text{C}$ z hodnoty cca $20\ °\text{C}$ do hodnoty $50\ °\text{C}$.

- Pro každou hodnotu teploty plynu t odečtěte hodnotu tlak plynu p při konstantním objemu. To zajistíte tím, že pístem posuňte vždy tak, aby objem byla stále např. 50 ml.
  a) Sestrojte graf závislosti tlaku plynu p na teplotě a ověřte její linearitu vycházející ze stavové rovnice (1). Naměřené hodnoty proložte přímkou $y = ax + b$.
  b) Určete hodnotu průsečíku grafu s osou x, tedy pro $p = 0$ Pa.

Absolutní nula je teplota, při které by se zastavil tepelný chaotický pohyb. V tom případě by i tlak plynu poklesl na nulu. Graficky nebo pomocí rovnice regrese najděte experimentální hodnotu absolutní nuly ve °C a porovnejte ji se známou hodnotou.

$$p = p_0\left(1+\alpha_V\left(T-T_0\right)\right) = 0$$

$$0 = \alpha_V\left(T-T_0\right)+1 = \underbrace{\alpha_V}_{a}\underbrace{(T-273{,}15)}_{t\,[°\text{C}]}+1 = \alpha_V\, t + \underbrace{1}_{b}$$

$$0 = 1+\alpha_V t = 1+at \quad \Rightarrow \quad t\left[°\text{C}\right] = -\frac{1}{a}$$

Z této úpravy je vidět, že v grafu může být teplota na ose x v Kelvinech i ve °C, na směrnici přímky a volba nemá vliv, přímky se budou lišit jen v posunutí b na ose y.

Izobarický děj (tlak plynu konstantní) – Gay-Lussacův zákon

4) Tlak udržujte na konstantní hodnotě, dané aktuálním atmosférickým tlakem.

- Zvyšujte teplotu plynu t po $5\ °\text{C}$ z hodnoty cca $20°\ \text{C}$ do hodnoty cca $50\ °\text{C}$.

- Pro každou hodnotu teploty plynu t změřte objem plynu V. Je ale třeba udržovat konstantní tlak. To zajistíte tím, že pístem posunete vždy tak, aby tlak byl stejný jako na počátku měření.

- Sestrojte graf závislosti objemu plynu V na teplotě t ve °C a ověřte její linearitu vycházející ze stavové rovnice (1). Naměřené hodnoty proložte přímkou $y = ax + b$.

- Ze směrnice této přímky a a ze vztahu (5) určete součinitel rozpínavosti ideálního plynu α_p.

Úpravou (5) dostaneme:

$$V = V_0\left(1+\alpha_p\left(T-T_0\right)\right) = \underset{a}{V_0\alpha_p}\underbrace{\left(T-T_0\right)}_{t\left[{}^\circ C\right]}+\underset{b}{V_0} \Rightarrow \boxed{\alpha_p = \frac{a}{V_0} = \frac{a}{b}} \tag{8}$$

- Ze vztahu (4) určete látkové množství ideálního plynu v naší nádobě pro počáteční hodnoty tlaku, teploty a objemu ideálního plynu.

Nejistoty měření

Výslednou standardní nejistotu součinitele rozpínavosti (8) a látkového množství (4) určete pomocí vztahů (15) a (16) v textu *Chyby a nejistoty měření*. Jedná se o nepřímo měřenou veličinu, která je součinem přímo měřených veličin.

Dílčí nejistoty určete z měřicí aparatury. Všechny přímo měřené veličiny jsou zdrojem nejistot typu B, nejistota typu A je dána nejistotou směrnice a a posunutí b. U nejistoty látkového množství uvažujte pouze nepřesnost měření objemu V.