Rozdělení měřících metod

Metodou měření rozumíme způsob jakým je možno veličinu měřit. Protože určitou veličinu lze často měřit různým způsobem, rozlišujeme měřící metody pro měření jedné veličiny. Měřící metoda záleží jednak na povaze samotné veličiny, dále na tom, jaké přístroje nebo zařízení máme k dispozici, a jaké nároky na přesnost. Metody lze rozdělit podle různých kritérií.

1 Metody přímé a nepřímé

Za **přímé** se označují takové metody, při nichž se hodnota měřené veličiny zjišťuje přímým srovnáním se známou hodnotou téže veličiny. Přímé je např. měření délky pomocí různých délkových měřítek, měření elektrického odporu porovnáním s normálem elektrického odporu, měření hustoty kapalin hustoměry, měření hmotnosti vážením.

Při **nepřímých** metodách se hodnota měřené veličiny stanoví na základě určitého fyzikálního vztahu z hodnot jiných veličin. Nepřímou metodou měříme např. elektrický odpor na základě Ohmova zákona pomocí hodnot proudu a napětí, hustotu kapaliny pomocí hodnot její hmotnosti a objemu.

Metody absolutní a relativní (srovnávací)

Metodu, která poskytuje prostou hodnotu hledané veličiny v příslušných jednotkách výpočtem pomocí naměřených hodnot jiných veličin, nazýváme **absolutní**. Jako příklad absolutní metody můžeme uvést měření elektrického odporu podle Ohmova zákona.

Metodu, při níž porovnáváme hodnotu měřené veličiny se známou hodnotou veličiny téhož druhu (etalony, normály, standardy), nazýváme **relativní** nebo **srovnávací**. Příkladem srovnávací metody je vážení na praktikantských vahách.

Metody statické a dynamické

Statické metody jsou takové, při nichž se velikost měřené veličiny určuje z klidové polohy ukazatele příslušného měřícího zařízení. Příkladem statické metody je stanovení Youngova modulu pružnosti z prodloužení drátu.

U **dynamických** metod se hodnota měřené veličiny určuje z periodického pohybu měřicího systému. Příkladem je určení tíhového zrychlení reverzním kyvadlem.

Metody substituční

Metoda substituční spočívá v nahrazování (substituci) měřeného objektu normály o známých hodnotách veličiny téhož druhu, až dosáhneme stejného efektu jako od měřeného objektu.

Normály pro měření substituční metodou jsou uspořádány do sad tak, aby z jejich hodnot bylo možné jednoduchou kombinací sestavit libovolnou hodnotu. Takové sady tvoří např. závaží a kapacitní, odporové či indukční dekády.

Metody kompenzační

Metoda kompenzační je založena na tom, že kompenzujeme efekt měřeného objektu stejně velkým efektem opačného znaménka pomocí normálu veličiny stejného druhu. Na rozdíl od substituční metody působení měřené a kompenzující veličiny probíhají současně. Například při vážení na pákové váze kompenzujeme moment tíhy tělesa opačným momentem tíhy závaží.

Metoda následných měření

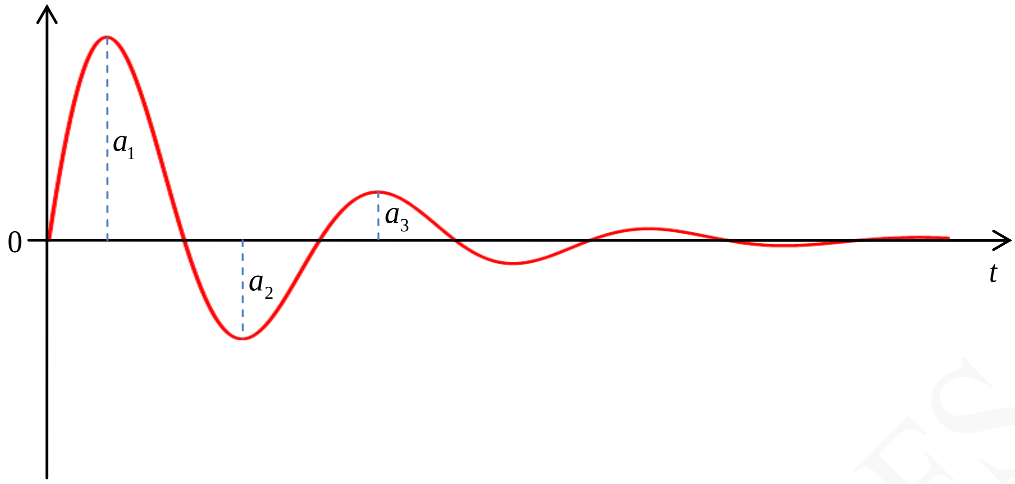
Metoda následných měření se používá v případech, kdy koncový údaj jednoho měření je počátečním údajem měření následujícího. Například při měření doby kyvu kyvadla si poznamenáváme mezičasy vždy po p kyvech. Tak získáváme naměřené hodnoty z funkční závislosti $t_i = f(i)$, kde i je číslo měření a t_i je doba trvání p kyvů (p je počet kyvů mezi jednotlivými odečty času). Funkční závislosti jsou v těchto případech lineární, a tudíž můžeme naměřenými body metodou nejmenších čtverců proložit přímku. Směrnice výsledné regresní přímky bude odpovídat odhadu hodnoty doby zvolených p kyvů. Analogicky můžeme postupovat také např. při měření vzdáleností uzlů stojatého vlnění v Kundtově trubici.

Metoda určení rovnovážné polohy

Ručka některých měřicích zařízení (např. zrcátko u zrcátkové metody nebo jazýček analytických vah) vykonává málo tlumené kmity. V takovém případě nečekáme, až se systém ustálí v rovnovážné poloze a polohu ručky v nekonečném čase (rovnovážnou polohu) odhadujeme ze tří po sobě následujících krajních výchylek. Zaznamenáme tři po sobě následující hodnoty výchylek (Obr. 1) a_1, a_2, a_3, pak najdeme aritmetický průměr výchylek a_1, a_3, a provedeme aritmetický průměr nalezeného průměru s výchylkou a_2. Tak získáme vztah pro odhad rovnovážné polohy n

$$\boxed{n = \frac{1}{2}\left[a_2 + \frac{1}{2}\left(a_1 + a_3\right)\right].} \qquad (1)$$

Výchylky a_1, a_2, a_3 i rovnovážná poloha n mohou nabývat kladných i záporných hodnot v závislosti na volbě nuly na stupnici.



Obr. 1 Tlumené kmitání

Tento postup se nazývá **metoda tří kyvů** a lze jej zobecnit na větší počet výchylek. Nadměrné rozšiřování počtu výchylek ale nemusí vést ke zvýšení přesnosti měření. Uvedený postup totiž předpokládá, že amplituda kmitů klesá lineárně, zatímco ve skutečnosti klesá exponenciálně. Dokonce předpoklad, že se jedná o tlumené harmonické kmity, nemusí být zcela splněn. Kývají-li např. misky vah, tvoří s vahadlem spřažená kyvadla jedná se o vázaný harmonický oscilátory.

2 Určování funkčích závislostí

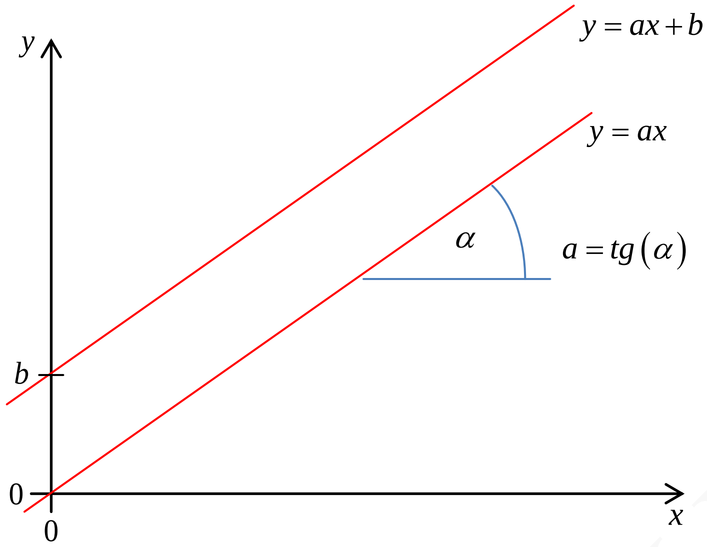
V technických měřeních je velmi časté, že měříme veličiny, které jsou navzájem svázané nějakou funkční závislostí. V řadě praktických situací vyšetřujeme závislost různých proměnných

$$y = f\left(x_1,.....,x_r\right),$$

kde y je závisle proměnná a $x_1,.....,x_r$ jsou nezávislé proměnné.

Lineární závislost

Nejjednodušší funkční závislostí je **lineární závislost**. Na obrázku (Obr. 2) je znázorněna lineární závislost $y = ax$, procházející počátkem (tedy bodem $[0,0]$) a potom také závislost $y = ax + b$. Konstanta a se nazývá směrnice přímky a je rovna tangentě úhlu, který svírá přímka s osou x, konstanta b určuje, kde přímka protíná osu y.



Obr. 2   Lineární závislost

Vyrovnání dané funkční závislosti, metoda nejmenších čtverců

Předpokládejme, že jsme měřením získali dvojice hodnot $[x_1, y_1], [x_2, y_2] \ldots\ldots, [x_n, y_n]$, které představují body v rovině xy. Naším cílem je najít závislost

$$y = f(x),$$

kde y je veličina závisle proměnná a x je veličina nezávisle proměnná. Metodami odhadu funkce f se zabývá oblast matematické statistiky s názvem regresní analýza. Funkce f se nazývá regresní funkce a ta je jednoznačně určena svými parametry. Pro odhad parametrů regresní funkce se nejčastěji používá metoda nejmenších čtverců, odvozená F. Gaussem.

Metoda nejmenších čtverců spočívá v tom, že hledáme takové parametry funkce f, pro které je součet druhých mocnin (čtverců) odchylek vypočtených hodnot od naměřených hodnot minimální, tedy výraz

$$\sum_{i=1}^{n} \left[y_i - f(x_i) \right]^2 = q \tag{2}$$

musí být minimální. Aby mělo smysl počítat nějaké odhady parametrů, musí být počet naměřených bodů n větší než počet hledaných parametrů. V případě lineární závislosti je situace zakreslena na obr. 3, kde hledáme parametry a, b závislosti $y = ax + b$. Součet druhých mocnin (čtverců) odchylek vypočtených hodnot od naměřených hodnot je

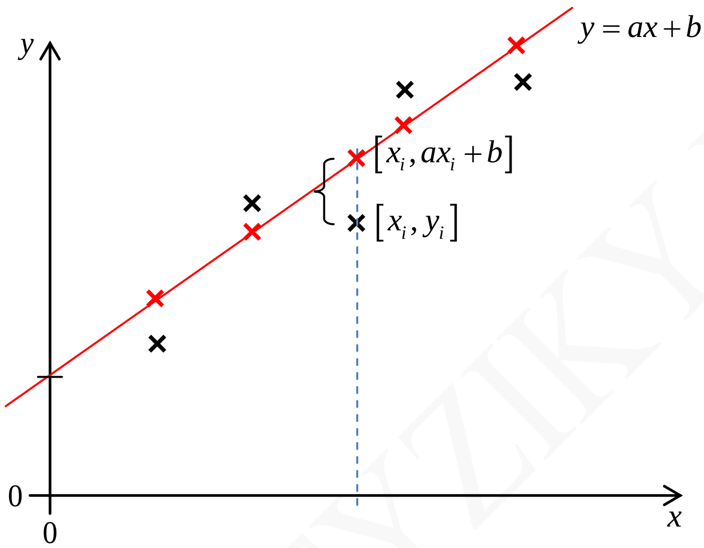
$$\sum_{i=1}^{n} \left[y_i - (ax_i + b) \right]^2 = q\,. \tag{3}$$

Pro která a a b nabývá součet q svého minima zjistíme, když položíme parciální derivace q podle regresních parametrů a a b rovny nule:

$$\frac{\partial q}{\partial a} = -2\sum_{i=1}^{n} x_i (y_i - ax_i - b) = 0 \tag{4}$$

$$\frac{\partial q}{\partial b} = -2\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - ax_i - b\right) = 0 \tag{5}$$

Z této soustavy dvou rovnic pro 2 neznáme a a b dostaneme hodnoty odhadů regresních parametrů a a b.

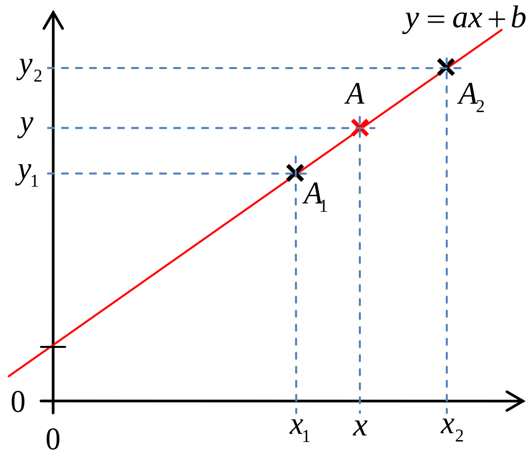


Obr. 3 Metoda nejmenších čtverců

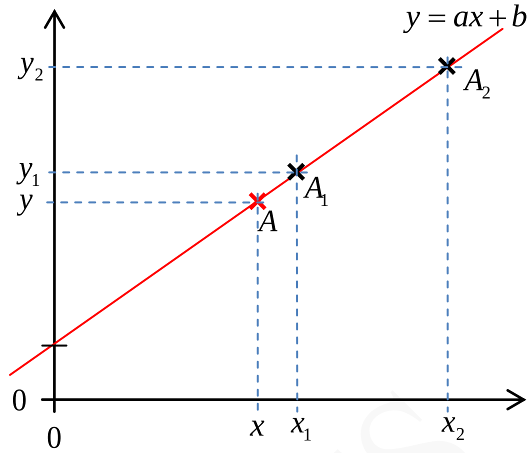
Interpolační metoda

Interpolačními metodami rozumíme postupy, při nichž určujeme neznámou veličinu ze dvou (nebo více) známých hodnot veličin téhož druhu, přičemž hodnota neznámé veličiny leží mezi známými hodnotami. Je-li funkční závislost použitá při odhadování hodnoty měřené veličiny lineární, mluvíme o **lineární interpolaci.** Lineární interpolaci použijeme i tehdy, když dvě známé hodnoty leží natolik blízko sebe, že nelinearitu funkční závislosti lze zanedbat.

Předpokládejme, že měřenou veličinou je x a její příslušná indikace (např. výchylka ručky měřidla) je y. Metoda nám umožňuje použít pouze blízké hodnoty x_1 a x_2, kterým odpovídají indikace y_1 a y_2 k určení veličiny x. Nechť pro určovanou veličinu x a její indikaci y platí $x_1 < x < x_2$, $y_1 < y < y_2$ (obr.4a).



Obr. 4a Lineární interpolace



Obr. 4b Lineární extrapolace

Za předpokladu lineární interpolace všechny tři body leží na jedné přímce $y = ax + b$ a tedy pro všechny tři body platí:

$$y = ax + b$$
$$y_1 = ax_1 + b$$
$$y_2 = ax_2 + b\,.$$

Odečteme-li druhou rovnici postupně od první a od třetí obdržíme vztahy

$$y - y_1 = a(x - x_1), \qquad y_2 - y_1 = a(x_2 - x_1)\,.$$

Z těchto dvou rovnic vyloučíme parametr a a vyjádříme x. Výsledkem je **interpolační vzorec pro lineární interpolaci:**

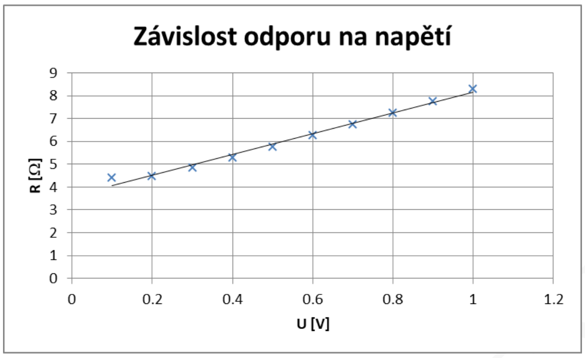
$$\boxed{x = x_1 + \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}(x_2 - x_1)\,.} \qquad (6)$$

Tento vztah geometricky znamená, že bod A o souřadnicích $[x, y]$ leží na přímce jdoucí body A_1, A_2 o souřadnicích $[x_1, y_1]$, $[x_2, y_2]$ a tedy uvedený vztah není nic jiného než analytické vyjádření přímky v rovině procházející dvěma body A_1, A_2.

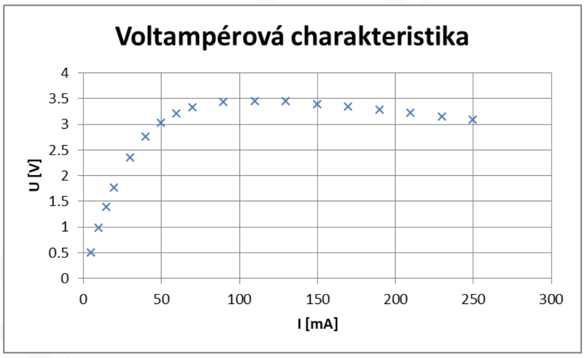
Leží-li obě přibližné výchylky na téže straně výchylky y, hledaná hodnota veličiny x pak leží vně intervalu $\langle x_1, x_2 \rangle$ (obr. 4b). V tomto případě se jedná o **extrapolaci** a hodnota x bodu A je obecně určena s menší přesností než při interpolaci. Uvedené postupy používáme např. v případě substitučních metod.

Pravidla pro tvorbu grafů:

- **Velikost** grafu musí být alespoň ½ **formátu A4**.
- **Číselné dělení** na osách volíme **ekvidistantní (mající stejnou vzdálenost)**, případně logaritmické.
- **Osy** musí být popsány, včetně jednotek.
- **Rozsah os** volíme přiměřeně k zobrazovaným hodnotám, aby tyto zobrazované hodnoty pokrývaly celou oblast grafu.
- V grafu musí být zobrazeny naměřené hodnoty, které **nespojujeme (obr. 5b)**.
- Pokud známe **funkční závislost**, provedeme její **proložení naměřenými hodnotami (obr. 5a)**.



Obr. 5a Hodnoty proložené lineární funkcí



Obr. 5b Hodnoty nespojené