Chyby a nejistoty měření

Měření, při kterém neurčíme, nebo se alespoň nepokusíme odhadnout jeho přesnost, není dobrým měřením.
Pokud změříme například dvakrát dobu kyvu kyvadla, pravděpodobně se hodnoty budou lišit. Ale co to znamená? Máme měřit ještě jednou, pětkrát, desetkrát? Nebo neplatí teorie? Na všechny tyto otázky vám odpoví **teorie chyb a nejistot měření**.

Chyby měření

Žádným měřením nemůžeme s jistotou zjistit skutečnou **(pravou) hodnotu** měřené veličiny. Výsledek je vždy ovlivněn řadou vlivů, které přesnost měření omezují. Je to omezená přesnost měřicích prostředků a metod, vlivy různých nepostižitelných podmínek, které průběh měření ovlivňují i vlastní osoba pozorovatele, jeho smysly, pečlivost, zkušenost. Souhrn všech vlivů pak způsobí, že se ke skutečné hodnotě měřené veličiny pouze více či méně přiblížíme.

- Rozdíl mezi výsledkem měření a skutečnou hodnotou nazýváme **chybou měření** a označujeme κ_x, kde x je symbolem měřené veličiny.
- Vyjadřujeme ji v **jednotkách měřené veličiny**; v tomto případě ji nazýváme **absolutní chybou** – např. při měření délek pásovým měřítkem je absolutní chyba dána nejmenším dílkem stupnice a činí $\kappa_x = 1\ \text{mm}$.
- Častěji je výhodnější zavést **relativní chybu** měření, která porovnává velikost absolutní chyby měření s hodnotou měřené a je definována vztahem

$$\boxed{\kappa_{rx} = \frac{\kappa_x}{x}.} \tag{1}$$

Relativní chyba je bezrozměrná a lze ji udávat v procentech $\kappa_{rx}.100\ \ [\%]$.

***Příklad*:** Změříme-li délku $l = 985$ mm s absolutní chybou $\kappa_l = 1$ mm, bude relativní chyba určení délky l následující: $\kappa_{rl} = \frac{\kappa_l}{l} = \frac{1}{985} = 0{,}0010$, tedy $\kappa_{rl} =$ 0,1%.

Výhodou vyjádření chyby měření jako chyby relativní je v tom, že relativní chyba je bezrozměrná a můžeme ji porovnávat a sčítat (za dodržení specifických pravidel) se stejně vyjádřenými chybami jiných měřených veličin.

..

1 Chyby systematické

Zdrojem **systematických chyb** je omezená přesnost měřicích přístrojů, jejich konstrukce, zvolená metoda měření, vliv pozorovatele (např. jeho reakční doba při měření mechanickými stopkami) a další **kontrolovatelné** a **odhadnutelné** vlivy. Systematické chyby nikdy nemůžeme odstranit, můžeme je však poměrně přesně stanovit, nebo alespoň odhadnout. Představují pro nás obvykle **největší** chybu, které se během měření můžeme dopustit, tedy jinými slovy: chyba měření bude vždy menší nebo rovna našemu odhadu. Systematickou chybu veličiny ***x*** označujeme jako m_x, případně m_{rx}, vyjádříme-li ji jako chybu relativní.

Základním zdrojem systematické chyby je omezená přesnost měřicích přístrojů. Přesnost přístrojů souvisí s omezenými technickými možnostmi jejich konstrukce, rozlišitelností dílků na stupnici, závislosti přesnosti přístrojů na podmínkách měření (teplota v laboratoři, stabilita elektronických obvodů u číslicových měřidel atd.). Přestože by bylo možno mnohé systematické chyby snížit volbou dokonalejších měřicích prostředků, není to mnohdy možné z důvodu jejich nedostupnosti. V takových případech lze dosáhnout zvýšení přesnosti např. dodatečnou kalibrací (porovnáním s údajem přesnějšího měřidla) a stanovením korekčních koeficientů, případně užitím takové metody měření, která chybu měření nebo její část umožní odstranit, nebo alespoň snížit.

Příklad: Doba kyvu τ zavěšeného tělesa byla změřena mechanickými stopkami pozorovatelem s chybou $\kappa_\tau = 0{,}3$ s. Pro zvýšení přesnosti změřil pozorovatel čas 10 kyvů a výslednou hodnotu dělil deseti. Protože absolutní chyba měření pozorovatele zůstala při určování deseti kyvů stejná, výsledná chyba, připadající na jeden kyv klesla na desetinu, tedy $\kappa_\tau = 0{,}03$ s.

Chyby analogových přístrojů

Analogové přístroje vyhodnocují měřenou veličinu **spojitě**, a to jak v čase, tak i v číselné hodnotě. Rozlišitelnost (nejmenší odečitatelná hodnota) je dána naší schopností odečítat na stupnici a bylo by ji možno (pouze teoreticky) libovolně zvýšit (např. užitím lupy). Chybu měřidla obvykle stanovuje výrobce, není-li tomu tak, musíme ji sami odhadnout. Je zvykem, že za chybu m_x volíme nejmenší dílek stupnice, případně jeho polovinu, jsme-li si jisti, že ji dokážeme spolehlivě rozlišit. Tento fakt bychom měli brát v úvahu zvláště u přístrojů s nelineární stupnicí. Hodnoty maximálních chyb pro běžně užívaná měřidla uvádí tab.1.

Tab.1 Maximální chyby některých měřidel

váhy praktikantské	(0,01 – 0,1) g
váhy analytické	(0,001 – 0,01) g
měřítko pásové	(0,5 – 1,0) mm
měřítko posuvné (dle konstrukce)	(0,05 nebo 0,1) mm
Mikrometr	0,01 mm
tisícinový indikátor	0,001 mm
Teploměry	(0,5 - 1) nejmenší dílek
stopky mechanické	(0,2 – 0,3) s

U **analogových** měřicích přístrojů elektrických (ručkových) je přesnost dána **třídou přesnosti** přístroje T_p. Číselný údaj třídy přesnosti přístroje je uveden v pravém dolním rohu pod stupnicí přístroje, nad značkou, udávající typ přístroje z hlediska vhodnosti pro měření stejnosměrného nebo střídavého proudu. Pro zařazení do tříd přesnosti jsou používány hodnoty z číselné posloupnosti 0,1; 0,2; 0,5; 1; 1,5; 2,5; 5.

Třída přesnosti udává maximální chybu m_x měřené hodnoty v celém rozsahu přístroje vyjádřenou vztahem

$$\boxed{m_x = \frac{1}{100} T_p x_{\max} ,} \qquad (2)$$

kde $x_{\max}$ je největší možná hodnota měřené veličiny v daném rozsahu (tzv. plný rozsah).

- Ze vztahu (2) je vidět, že absolutní chyba ručkových elektrických měřicích přístrojů **nezávisí na velikosti měřené hodnoty** a je tedy **stejná** ve všech částech rozsahu.
- Relativní chyba m_{rx}, daná poměrem absolutní chyby měření m_x a měřené hodnoty x bude nejmenší pro měřenou hodnotu rovnou maximální hodnotě rozsahu. V takovém případě je relativní chyba měření rovna třídě přesnosti přístroje, vyjádřené v procentech.
- Protože relativní chyba měření je tím větší, čím menší je měřená hodnota v daném rozsahu, snažíme se měřit vždy na takovém rozsahu, aby měřená hodnota byla ve třetí třetině rozsahu.

***Příklad*:** Na ampérmetru s třídou přesnosti T_p = 0,5 měříme proud, protékající žárovkou, připojenou ke zdroji napětí. Protékající proud má hodnotu $I = 0,27$ A, použitelné rozsahy ampérmetru jsou 0,3A, 1A.

1) rozsah 1A bude maximální chyba měření $m_I = 0,01 \cdot 0,5 \cdot 1\,\text{A}$ = 5 mA
2) rozsah 0,3A, bude $m_I = 0,01 \cdot 0,5 \cdot 0,3\,\text{A}$ = 1,5 mA.

Příslušné relativní chyby měření tedy budou:

v prvém případě (rozsah 1 A) $m_{rI} = \dfrac{m_I}{I} = \dfrac{0,005\ \text{A}}{0,27\ \text{A}} = 0,0185 = 1,85\%$,

v druhém případě (rozsah $0,3$ A) $m_{rI} = \dfrac{0,0015\ \text{A}}{0,27\ \text{A}} = 0,0056 = 0,56\%$, tedy cca **3x menší, než v případě prvém**.

Chyby digitálních (číslicových) přístrojů

Digitální měřicí přístroje měří v čase **nespojitě** (vzorkují), vyjádření hodnoty měřené veličiny je přímo v číslicové podobě a nejmenší rozlišitelná hodnota je dána rozsahem a počtem zobrazovaných číslic.

U **digitálních** měřicích přístrojů je stanovení maximální chyby měření složitější. Vzhledem ke způsobu vyhodnocování měřené veličiny vnitřními obvody přístroje se chyba skládá vždy ze dvou složek a jejich velikost udává výrobce.

Příklad: Digitálním voltmetrem byly na rozsahu 0 - 2 V naměřena hodnota 1,8712 V. Voltmetr měří s chybou údaje 0,05 % naměřené hodnoty + 2 digity posledního místa zvoleného rozsahu. Určete absolutní a relativní nejistotu měřeného napětí.

Absolutní chyba: $m_U = \frac{0{,}05}{100} \cdot 1{,}8712 + 0{,}0002 = 0{,}0012 \text{ V}$,

Relativní chyba:

$$m_{rU} = \frac{m_U}{U} = \frac{0{,}0012 \text{ V}}{1{,}8712 \text{ V}} = 0{,}00061 = 0{,}061\,\% .$$

Chyba stanovená uvedeným způsobem je chybou **základní** a její hodnota je platná pouze při dodržení tzv. referenčních podmínek, stanovených výrobcem. Je to např. povolený rozsah pracovních teplot, maximální vlhkost vzduchu, povolený rozsah kmitočtů při měření střídavého proudu a další.

Další zdroje systematických chyb

Kromě omezené přesnosti přístrojů se na systematických chybách podílí vliv použité měřicí metody a osobní chyba pozorovatele.

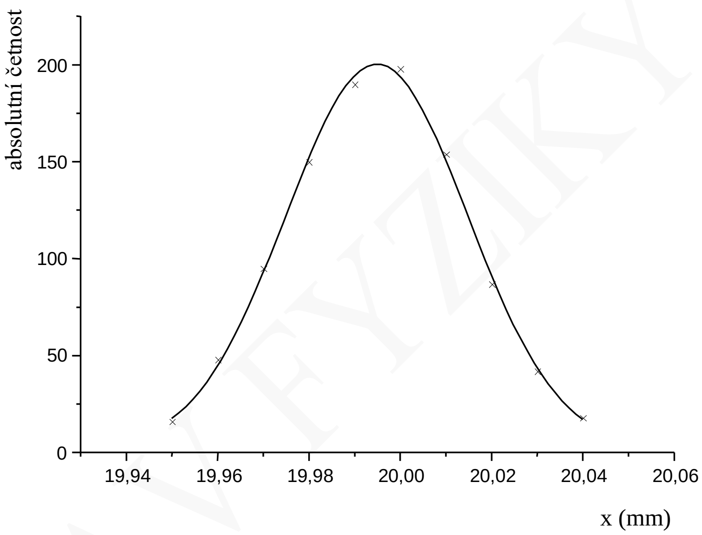
Chyba způsobená měřicí metodou souvisí s nepřesností či nevhodností použitého způsobu měření a lze ji vyloučit nebo alespoň omezit volbou vhodnější metody nebo započtením opravy (korekce na vztlak apod.).

Osobní chyba pozorovatele souvisí s jeho smysly a je pro každého pozorovatele charakteristická. Projevuje se například rozdílnou reakční dobou při měření časových intervalů mechanickými stopkami nebo pozorností a pečlivostí při odečtu údajů na analogových měřidlech a je ovlivněna i momentální fyzickou a psychickou kondicí pozorovatele (únava, nesoustředěnost). Omezit, případně odstranit uvedené chyby lze nahrazením subjektivního posuzování měřené veličiny objektivním hodnocením (např. užitím elektronického měření časových intervalů) nebo nahrazením analogových měřidel měřidly číslicovými.

2 Chyby náhodné

Provedeme-li jedno měření nějaké veličiny, dostaneme výsledek, který je ovlivněn všemi popsanými zdroji systematických chyb. Zopakujeme-li měření vícekrát beze změny měřicích podmínek, očekávali bychom teoreticky stejné výsledky. Ve skutečnosti se výsledky obvykle budou od sebe vzájemně lišit, aniž by byla zjevná příčina. Je to způsobeno tím, že kromě kontrolovatelných (systematických) vlivů se na chybě měření podílí i vlivy nekontrolovatelné, související s **náhodnými** změnami měřících podmínek a ovlivňující konečný výsledek. Zkoumáním chování takovýchto souborů náhodných výsledků se zabývá **matematická statistika**, jejíž metody nám umožňují z daného souboru výsledků vypočítat nejpravděpodobnější hodnotu a její chybu.

Vezměme si případ, že budeme v laboratoři opakovaně měřit určitou fyzikální veličinu – např. délku předmětu – stejným měřidlem. Bude-li v průběhu měření v laboratoři kolísat teplota (i v rozmezí pouze 1-2°C), určitě naměříme řadu mírně rozdílných hodnot délky. Výsledky zapíšeme do tabulky, kde jednotlivá měření seskupíme do skupin, odpovídajících přírůstkům měřené hodnoty po nejmenší odečitatelné hodnotě údaje měřidla (např. pro mikrometr po 0,01 mm). Znázorníme-li závislost četnosti naměřených hodnot v jednotlivých skupinách na hodnotě naměřené délky, dostaneme křivku, znázorněnou na obr. 1.



Obr. 1 Závislost četnosti naměřených hodnot na měřené hodnotě

- Zobrazená závislost je symetrická kolem svého maxima, největší četnost hodnot odpovídá určité **střední hodnotě** a se zvětšující se vzdáleností od středu četnost naměřených hodnot klesá. Průběh křivky odpovídá **statistickému rozdělení**, charakterizovanému tím, že **pravděpodobnost malých odchylek od střední hodnoty je vysoká, zatímco pravděpodobnost velkých odchylek od střední hodnoty je malá.** Takovéto statistické rozdělení nazýváme **normálním (Gaussovým) rozdělením pravděpodobnosti** výskytu měřené hodnoty.

- Z tvaru křivky normálního rozdělení lze usuzovat (a lze to i matematicky přesně odvodit), že nejsprávnější hodnotou bude zřejmě hodnota, odpovídající vrcholu křivky. Matematicky lze tuto hodnotu, nazývanou **aritmetický průměr** $\bar{x}$ **naměřených hodnot**, vyjádřit vztahem

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}, \tag{3}$$

kde x_i jsou jednotlivé naměřené hodnoty a n je celkový počet změřených hodnot.

Z matematické statistiky vyplývá, že přesnou hodnotu naměřené veličiny bychom dostali pouze při nekonečném počtu měření, při nižším počtu měření se správné hodnotě pouze více či méně přibližujeme. Míru přiblížení k správné hodnotě udává **rozptyl** naměřených hodnot. U normálního rozdělení můžeme rozptyl vyjádřit pomocí tzv. **směrodatné odchylky *s***, která nám udává interval kolem střední hodnoty, ve kterém se vyskytnou naměřené hodnoty s předem známou pravděpodobností.

Směrodatnou odchylku určujeme dvojí, jednak směrodatnou odchylku s_x jednoho měření veličiny *x*, danou vztahem

$$s_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (\bar{x} - x_i)^2}{n-1}}, \tag{4}$$

jednak **směrodatnou odchylku $s_{\bar{x}}$ aritmetického průměru**

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (\bar{x} - x_i)^2}{n(n-1)}}. \tag{5}$$

Protože můžeme změřit vždy jen konečný počet hodnot, považujeme naměřené hodnoty za **náhodný výběr** a výše uvedené charakteristické veličiny za veličiny **výběrové**, hovoříme tedy o **výběrovém průměru** a **výběrové směrodatné odchylce aritmetického průměru**.

Opakovat měření má smysl pouze tehdy, je-li náhodná chyba řádově srovnatelná se systematickou chybou. Jinými slovy – pokud máme nepřesné měřidlo, opakováním výsledek nezpřesňujeme, jen opakovaně měříme hodnotu s velkou systematickou chybou.

Nejistoty měření

Aby bylo možné vzájemně porovnávat, či jinak užít výsledky měření, byl mezinárodně zaveden obecný přístup k hodnocení jejich přesnosti. Zmíněný přístup k interpretaci výsledků měření je uveden v základním dokumentu GUM (**G**uide to the Expression of **U**ncertainty in **M**easurement) [1] a v normách závazného názvosloví [2,3].

Základem filozofie přístupu k interpretaci výsledků je fakt, že měřením nemůžeme jednoznačně zjistit **skutečnou (pravou) hodnotu** měřené veličiny. Naměřená hodnota určité veličiny se od pravé hodnoty veličiny vždy více či méně liší. **Chyba měření**, která vyjadřuje o kolik se naměřená hodnota liší od hodnoty pravé, je sice statisticky předpověditelná, ale vychází z předpokladu znalosti pravé hodnoty.

Zavedení pojmu **nejistota měření** je zobecněním přístupu k hodnocení přesnosti měření. Nejistota měření charakterizuje interval hodnot okolo výsledku měření, který lze s předem stanovenou mírou pravděpodobnosti odůvodněně přiřadit k hodnotě měřené veličiny. V tomto pohledu je nutnost znalosti pravé hodnoty zcela eliminována.

Nejistota výsledku měření se skládá z:

- příspěvku způsobeného náhodnými vlivy, který nazýváme **standardní nejistotou typu A** a značíme u_A
- příspěvku způsobeného známými, odhadnutelnými vlivy, který nazýváme **standardní nejistotou typu B** a značíme u_B .

Výslednou, celkovou nejistotu výsledku měření ***x*** nazýváme s**tandardní kombinovanou nejistotou veličiny *x***. Je dána odmocninou z kvadratického součtu nejistot typu A a B,

$$\boxed{u_x = \sqrt{u_{xA}^2 + u_{xB}^2}\,.} \qquad (6)$$

Standardní kombinovaná nejistota udává interval ± u_x okolo naměřené hodnoty x, ve které se může se známou pravděpodobností vyskytovat skutečná hodnota (**konfidenční interval**). Pro případ normálního rozdělení náhodných chyb je tato pravděpodobnost rovna cca 68%, což je pro naše měření dostačující přesnost.

1 Přímé měření

Přímým měřením nazýváme takové měření, kdy je výstupní veličina x ve stejných jednotkách jako veličina měřená (např. měření teploty teploměrem).

- **Nejistota typu A** je určena **výběrovou směrodatnou odchylkou aritmetického průměru** $u_{xA} = s_{\bar{x}}$
- **Nejistota typu B** měřené veličiny x je generována příspěvky různých zdrojů. Prvním úkolem je určit všechny možné zdroje nejistot a většinou se omezíme na ten, který má na měření největší vliv.

Potom odhadneme maximální chybu měřicího přístroje nebo použité metody a dále statistické **rozdělení pravděpodobnosti** výskytu jejich hodnot v tomto intervalu. Vliv různého rozdělení pravděpodobnosti postihuje koeficient χ, který udává poměr mezní odchylky ke směrodatné odchylce pro vybraný typ rozdělení. Výslednou nejistotu typu B určíme vztahem

$$u_{xB} = \frac{\Delta x_{max}}{\chi} \,. \tag{7}$$

V našich měřeních předpokládáme statistické rozdělení rovnoměrné (je stejná pravděpodobnost výskytu libovolné hodnoty, ležící mezi krajními mezemi), použijeme ve vztahu pro výpočet u_{xB} koeficient $\chi = \sqrt{3}$

Relativní nejistota

Stejně jako v případě chyb měření i v případě určování nejistot můžeme zavést pojem **relativní nejistoty** u_{rx} veličiny x obdobným vztahem vztahu (1), a to **poměrem nejistoty** u_x **této veličiny k její hodnotě** x

$$u_{rx} = \frac{u_x}{x} \,. \tag{8}$$

Relativní nejistota je bezrozměrná, vyjadřujeme ji obvykle v procentech a umožňuje nám snadné sčítání s nejistotami druhých veličin a hlavně jednoduché porovnávání příspěvku jednotlivých zdrojů nejistot.

Relativní nejistota je pouze pomocnou veličinou pro stanovování konečného výsledku, výslednou nejistotu musíme vždy přepočítat zpět na absolutní tvar, tedy nejistotu vyjádřenou v jednotkách určované veličiny.

2 Nepřímé měření

Nepřímým měřením nazýváme takové měření, ve kterém určujeme hodnotu veličiny y na základě vztahu, ve kterém vystupuje **jedna nebo několik přímo měřených veličin**. Veličina y je dána funkční závislostí na přímo měřených veličinách x_j, které nemají přesné hodnoty. Funkční závislost můžeme vyjádřit jako

$$y = f\,(x_1, \ldots x_j, \ldots x_m) \,. \tag{9}$$

Hodnotu hledané veličiny y určíme v případě opakovaných měření dosazením výběrových aritmetických průměrů jednotlivých přímo měřených veličin do funkčního vztahu (9).

Kombinovaná standardní nejistota u_y je dána opět vztahem

$$u_y = \sqrt{u_{yA}^2 + u_{yB}^2} \tag{10}$$

Nepřímo měřená veličina je lineární kombinací přímo měřených veličin

$$\boxed{y = f(x_1, x_2) = ax_1 + bx_2,} \tag{11}$$

kde *a, b* jsou reálná čísla. Z kvadratického zákona šíření nejistot vyplývá, že kombinovaná standardní nejistota veličiny *y* bude mít tvar

$$\boxed{u_y = \sqrt{a^2 u_1^2 + b^2 u_2^2},} \tag{12}$$

kde u_1, u_2 jsou standardní nejistoty přímo měřených veličin x_1 a x_2.

V případě, že *a* a $b = \pm 1$ dostáváme **součet a rozdíl dvou veličin**

$$\boxed{y = f(x_1, x_2) = x_1 \pm x_2} \tag{13}$$

a vztah (12) můžeme napsat ve výsledném tvaru

$$\boxed{u_y = \sqrt{u_1^2 + u_2^2}.} \tag{14}$$

Z předchozích výpočtů plyne, že v případě nepřímo měřené veličiny, která je rovna součtu (rozdílu) dvou přímo měřených veličin, je výsledná nejistota rovna odmocnině ze součtu kvadrátů nejistot přímo měřených veličin.

Příklad: Určete tloušťku stěny dutého válce, jehož vnější průměr $d_1 = 12{,}1$ mm a vnitřní průměr $d_2 = 8{,}1$ mm byl změřen jedenkrát posuvným měřítkem. Chyba měřidla je pro obě měření shodná, a to $m_{d_1} = m_{d_2} = 0{,}1$ mm. Chyba měřidla je v celém rozsahu měřených hodnot konstantní, jedná se tedy o rovnoměrné rozložení ($\chi = \sqrt{3}$).

Pro tloušťku stěny *y* platí vztah $y = \frac{1}{2}(d_1 - d_2)$ = 2,00 mm.

Nejistota výsledku bude dána pouze nejistotami typu B (jednalo se o jediné měření) a určí se pomocí vztahu (12). Použijeme-li ještě pro určení nejistoty typu B přímého měření vztah (7)

potom : $u_{d_1 B} = u_{d_2 B} = \dfrac{0{,}1}{\sqrt{3}}$ mm.

$$u_y = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{0{,}1}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{0{,}1}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{1}{2}\frac{0{,}1}{\sqrt{3}}\sqrt{2} = \frac{0{,}1}{\sqrt{6}} = 0{,}041\text{mm}.$$

Tloušťka stěny dutého válce je tedy $y = (2{,}000 \pm 0{,}041)$ mm, obě měření průměru se podílí na nejistotě výsledku stejnou měrou.

Nepřímo měřená veličina je součin nebo podíl mocnin přímo měřených veličin

$$\boxed{y = f(x_1, x_2) = a x_1^m x_2^n ,} \tag{15}$$

kde *a*, *m*, *n* jsou reálná čísla.
Pro výpočet použijeme relativní nejistoty jednotlivých veličin; pro výslednou relativní standardní nejistotu platí vztah

$$\boxed{u_{ry} = \sqrt{m^2 u_{r1}^2 + n^2 u_{r2}^2} ,} \tag{16}$$

kde u_{r1}, u_{r2} jsou relativní standardní nejistoty přímo měřených veličin x_1 a x_2.

V případě, že *m* a *n* $= \pm 1$ dostáváme pro **součin nebo podíl dvou veličin**,

$$\boxed{u_{ry} = \sqrt{u_{r1}^2 + u_{r2}^2} .} \tag{17}$$

V případě nepřímo měřené veličiny, která je rovna součinu nebo podílu dvou přímo měřených veličin, je výsledná relativní nejistota rovna odmocnině součtu kvadrátů relativních nejistot přímo měřených veličin.

> ***Příklad:*** Určete hodnotu odporu *R* elektrického spotřebiče z jednoho měření proudu *I* protékajícího spotřebičem při přiložení napětí *U*.
> Změřený proud měl hodnotu *I* = 100 mA s chybou měření m_I = 0,5 mA; napětí na spotřebiči bylo *U* = 200V s chybou m_U = 5V.

Jelikož se jednalo o jediné měření, nejistoty typu A nepočítáme. U běžných (ručkových) elektrických měřidel předpokládáme rovnoměrné rozdělení chyb, můžeme tedy stanovit jednotlivé nejistoty typu B podle vztahu (7)

$$u_{IB} = \frac{0{,}5}{\sqrt{3}} = 0{,}29 \text{ mA}, \quad u_{UB} = \frac{5}{\sqrt{3}} = 2{,}9 \text{ V}.$$

Přepočítáme-li absolutní nejistoty na relativní, dostaneme

$$u_{rIB} = \frac{0{,}29 \text{ A}}{100 \text{ A}} = 2{,}9.\ 10^{-3}, \quad u_{rUB} = \frac{2{,}9 \text{ V}}{200 \text{ V}} = 1{,}45.\ 10^{-2}.$$

Odpor vypočteme z hodnot proudu a napětí pomocí Ohmova zákona $R = \frac{U}{I}$ = 2000 Ω. Podle vztahu (16) určíme relativní standardní nejistotu odporu *R*

$$u_{rR} = \sqrt{u_{rI}^2 + u_{rU}^2} = \sqrt{\left(2{,}9.10^{-3}\right)^2 + \left(1{,}45.10^{-2}\right)^2} = 0{,}0148.$$

Výsledná nejistota $u_R = u_{rR}\, R$ = 0,0148 . 2000 = 29,57 Ω - po zaokrouhlení 30 Ω.Výsledek zapíšeme ve tvaru *R*=(2000±30) Ω.

Příklad: Určete obecný vztah pro relativní nejistotu typu B dráhy s, pro kterou platí vztah: $s = v(t_2 - t_1)$, v je rychlost, t_2, t_1 čas.

Relativní nejistotu typu B stanovte aplikací vztahů (12) a (16).
Protože ve vztahu pro dráhu s je zároveň násobení i odečítání, určete nejprve relativní nejistotu rozdílu $(t_2 - t_1)$. Platí:

$$u_{(t_2-t_1)B} = \sqrt{u_{t_2}^2 + u_{t_1}^2}$$

$$u_{r(t_2-t_1)B} = \frac{\sqrt{u_{t_2}^2 + u_{t_1}^2}}{(t_2 - t_1)}$$

Tuto relativní nejistotu pak použijte do výpočtu celkové relativní nejistoty s typu B

$$u_{rsB} = \sqrt{\frac{u_{t_2}^2 + u_{t_1}^2}{(t_2 - t_1)^2} + u_{rvB}^2} \, .$$

Zaokrouhlení

Výsledná nejistota měření se zaokrouhlí na řád (např. stovky, desítky, jednotky, desetiny, setiny…) **druhého platného místa nejistoty měření** a vždy **nahoru**. Výsledek měření se poté zaokrouhlí na **stejné řády** a tak, aby počet případných **desetinných míst** byl stejný jako počet desetinných míst zaokrouhlené nejistoty.

Příklad zaokrouhlení nejistoty:
123 ≐ **13**0
0,**12**345 ≐ 0,**13**
12,345 ≐ **13**

Odhadem řádu chyby posuzujeme přesnost výsledku. Vypisování více platných míst výsledek nezpřesňuje, protože pokud je nejistota například v řádu desítek, vypisování desetinných míst nemá pro přesnost měření žádný význam.

Příklad: Číslicovým multimetrem byl změřen proud tekoucí žárovkou $I = 35{,}7895$ mA, standardní nejistota, vypočítaná z výrobcem stanovené chyby multimetru je $u_I = 0{,}0784$mA. Nejistotu zaokrouhlíme **nahoru** na řád druhé platné číslice, tedy na tisíciny: $u_I = 0{,}079$ mA. Výsledek zapíšeme v souladu s pravidly o zaokrouhlování ve tvaru $I = (35{,}790 \pm 0{,}079)$mA.

Literatura:

[1] Guide to the Expression of Uncertainity in Measurement, 1992
[2] ČSN 01 0115 – Mezinárodní slovník základních a všeobecných termínů ČNI, 1996
[3] ČSN-ISO 3534-1 Statistika – slovník a značky: pravděpodobnost a obecné statistické termíny, ČNI, 1994